

التوقيت: 3 س

التاريخ: 2023/03/08

المادة: رياضيات

المستوى: 3 ت إ

امتحان الفصل الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = e^x + 4e^{-x} - 5$ و ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس. اختر اقتراح واحد من بين الاقتراحات الثلاثة لكل سؤال مع التعليل:

السؤال	الإقتراح الأول	الإقتراح الثاني	الإقتراح الثالث
المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ هما:	$\ln 4$ ، $\ln 2$	1 ، 4	0 ، $\ln 4$
(C) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة 0 معادلته:	$y = 3x + 1$	$y = -3x$	$y = 3x$
الدالة الأصلية لـ f و التي تتعدم عند $x = 0$:	$F(x) = e^x + 4e^{-x} - 5x + 3$	$F(x) = e^x - 4e^{-x} - 5x + 3$	$F(x) = e^x - 4e^{-x} - 5x$
m القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0;1]$ هي:	$m = e - \frac{4}{e} - 2$	$m = e - \frac{4}{e} + 3$	$m = \frac{1}{e} - 5$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

I- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 12$ و بالعلاقة: $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n > 3$

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . واستنتج تقاربها.

II- لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n = u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي.

(1) عين قيمة α حتى تكون (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

(2) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

(3) أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

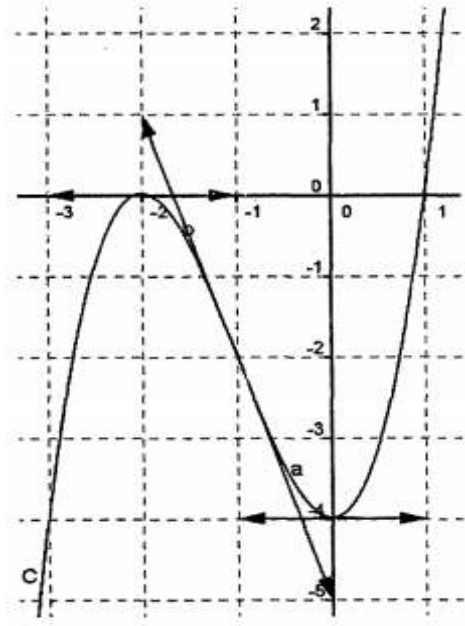
(4) ما طبيعة المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $w_n = \ln(v_n)$

(5) أحسب المجموع s_n بدلالة n حيث: $s_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

(6) أحسب الجداء p_n بدلالة n حيث: $p_n = (u_0 - 3) \times (u_1 - 3) \times \dots \times (u_n - 3)$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بمنحناها البياني (C) في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (T) مماس للمنحني عند النقطة $I(-1, -2)$ (الشكل المقابل) بالقراءة البيانية:



(1) أدرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) عين إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

(3) أدرس الوضع النسبي لـ (C) و (T).

(4) أحسب $f(-1)$, $f'(-1)$, $f''(-1)$.

(5) أنشئ جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g: x \rightarrow [f(x)]^2$

(6) اعتمادا على (C) أنشئ (C') منحنى الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$h: x \rightarrow |f(x)| - 1$$

(7) نفرض عبارة الدالة f هي: $f(x) = ax^3 + bx^2 - 4$ حيث a و b أعداد حقيقية. عين a و b .

التمرين الرابع: (8 نقاط)

I- لتكن الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي: $g(x) = -2x^2 + 2 - \ln x$

(1) أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها

(2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0, +\infty[$

II- الدالة f معرفة على $]0, +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{-1 + \ln x}{x} - 2x + 2e$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

(1) عين نهايتي الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-2x + 2e)]$ فسر النتيجة بيانيا.

(3) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) ذو المعادلة $y = -2x + 2e$

(4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(5) استنتج تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها

(6) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا a حيث: $0.4 < a < 0.5$

(7) أنشئ (C_f) و (Δ).

(8) أحسب التكامل: $I = \int_1^2 \frac{-1 + \ln x}{x} dx$ (لاحظ أن: $\frac{-1 + \ln x}{x} = \frac{1}{x}(-1 + \ln x)$)

(9) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) و محور الفواصل والمستقيمين: $x = 1$ و $x = 2$

ثم نصحح الإشارات الثاني: 3 ج 1

كربن 10
1. المعادلة: $f(x) = 0$ نحل حلان هما 4 و 1
(2) الخط (f) يقل صحت عند 0 معادلة
 $y = -3x$

3 الحالة الأصلية في التبع من هذه
هنا $F(x) = e^x - 4e^{-x} - 5x + 3$

4 القيمة المتوسطة m للمعادلة هي

$$m = e - \frac{4}{e} - 2$$

108

$$\begin{cases} U_0 = 12 \\ U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + 1 \end{cases}$$

1. البرهان أن $U_n > 3$

$P(0)$: $U_0 > 3$ ، $12 > 3$ $P(0)$ صحيحة

$P(n)$: $U_n > 3$

$P(n+1)$: $U_{n+1} > 3$

لدينا $U_n > 3 \Rightarrow \frac{2}{3}U_n > 2 \Rightarrow \frac{2}{3}U_n + 1 > 3$
وهذه $P(n)$ صحيحة من أجل كل n طبيعي.

$$\begin{aligned} U_{n+1} - U_n &= \frac{2}{3}U_n + 1 - U_n \\ &= -\frac{1}{3}U_n + 1 \end{aligned}$$

$$U_n > 3 \Rightarrow -\frac{1}{3}U_n < -1 \Rightarrow -\frac{1}{3}U_n + 1 < 0$$

وبالتالي (U_n) صاعدة كما كنا نأمل.

التقارب: بما أن (U_n) متناقصة كما أنها محصورة
من الأسفل بـ 3 إذن (U_n) متقاربة.

$$L = U_n + d$$

قيمة d :

$$U_{n+1} = U_n + d = \frac{2}{3}U_n + 1 + d$$

$$= \frac{2}{3}(U_n - d) + 1 + d$$

$$= \frac{2}{3}U_n - \frac{2d}{3} + 1 + d$$

$$= \frac{2}{3}U_n + \frac{d+3}{3}$$

$$d+3=0$$

$$d = -3$$

$$L - 3 = 12 - 3 = 9$$

لذا U_n : 1

$$U_n = U_0 \cdot q^n = 9\left(\frac{2}{3}\right)^n$$

لذا U_n : 2

$$U_n = U_n + 3$$

$$= 9\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 9\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3 = 3$$

$$W_n = \ln(U_n)$$

$$W_{n+1} = \ln(U_{n+1})$$

$$W_{n+1} - W_n = \ln(U_{n+1}) - \ln(U_n)$$

$$= \ln\left(\frac{U_{n+1}}{U_n}\right) = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$$

مساوية أساسية $\ln \frac{2}{3}$

$$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$$

$$= U_0 \left(\frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \right) = 9 \left(\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 1}{\frac{2}{3} - 1} \right)$$

$$= -27 \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 1 \right)$$

$$P_n = (U_0 - 3) \times (U_1 - 3) \times \dots \times (U_n - 3)$$

$$= U_0 \times U_1 \times \dots \times U_n$$

$$= 9\left(\frac{2}{3}\right)^0 \times 9\left(\frac{2}{3}\right)^1 \times \dots \times 9\left(\frac{2}{3}\right)^n$$

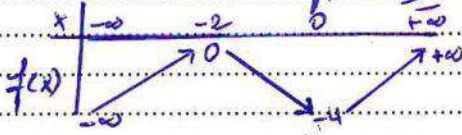
$$= 9^{n+1} \left(\frac{2}{3}\right)^{0+1+\dots+n}$$

$$= 9^{n+1} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{(n+1)(n)}{2}}$$

تبويب

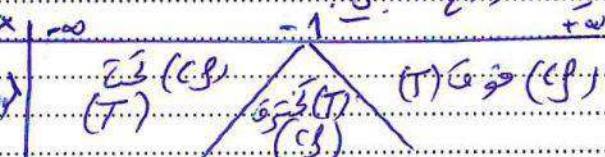
$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

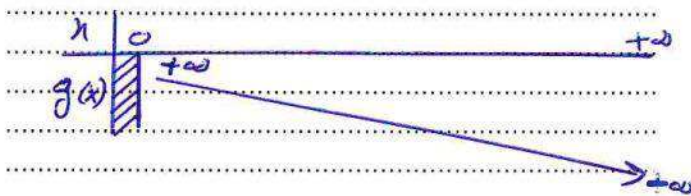
جدول توافيق f



$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

دراسة الوضع السببي:





$$g(1) = 0$$

الفاصل $g(x)$

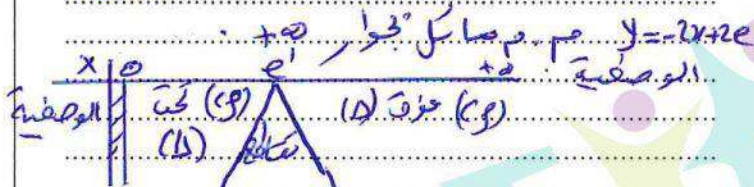


$$f(x) = \frac{-1 + \ln x}{x} - 2x + 2e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (-2x + 2e) = 0$$



$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

الفاصل $f(x)$ من أجل $x \in]0, 1[$ و $x \in]1, +\infty[$



الفاصل $f(x)$ من أجل $x \in]0, 1[$ و $x \in]1, +\infty[$



تبيين أن المعادلة $f(x) = 0$ لها حل واحد في $]0, 1[$ و $]1, +\infty[$.
 $f(0,4) \times f(0,5) < 0$

ومن ثم فإن المعادلة $f(x) = 0$ لها حل واحد في $]0, 1[$ و $]1, +\infty[$.

$$I = \int_1^2 \frac{-1 + \ln x}{x} dx = \left[-\ln x + \frac{(\ln x)^2}{2} \right]_1^2 = -0,45$$

$$S = \int_1^2 f(x) dx = 1,98 \text{ u.a.}$$

$$f(-1) = -2, \quad f'(-1) = -3$$

$$f''(-1) = 0 \text{ (نقطة انعطاف)}$$

$$g(x) = [f(x)]^2$$

$$g'(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$$

x	-∞	-2	0	1	+∞
2f'(x)		+	0	-	+
f(x)	-	0	-	0	+
g'(x)	-	0	+	0	+

الفاصل $g(x)$ من أجل $x \in]-\infty, -2[$ و $x \in]-2, 0[$

الفاصل $g(x)$ من أجل $x \in]0, 1[$ و $x \in]1, +\infty[$

$$f(x) = ax^3 + bx^2 - 4$$

$$f(-1) = -2$$

$$f'(-1) = -3$$

$$-a + b - 4 = -2$$

$$-a + b = 2$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx$$

$$3a - 2b = -3$$

$$\begin{cases} -2a + 2b = 4 \\ 3a - 2b = -3 \end{cases}$$

$$a = 1$$

$$b = 3$$

$$g(x) = -2x^3 + 2 - \ln x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$$

$$g'(x) = -4x - \frac{1}{x} < 0$$

الفاصل $g(x)$ من أجل $x \in]0, +\infty[$