

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

ثانويات المقاطعة التفتيشية غرداية 02
دورة: ماي 2023

مديرية التربية لولاية غرداية
امتحان بكالوريا التجريبي
الشعبة: رياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(1) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-4)(z^2+4z+16)=0$

(2) المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. A, B و C ثلاث نقط لواحقها على الترتيب

$$z_C = \overline{z_B} \text{ و } z_B = -2 + 2i\sqrt{3}, z_A = 4$$

• أكتب الأعداد المركبة z_C و z_B, z_A على الشكل الأسّي ثم بين أن النقط A, B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة.

(3) نعتبر العدد المركب L حيث: $L = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$

أ- أكتب العدد L على الشكل الأسّي ثم فسر النتائج المحصل عليها هندسيا.

ب- استنتج طبيعة المثلث ABC .

ج- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد المركب L^n حقيقي سالب.

د- ما طبيعة التحويل r الذي مركزه A ويحول B إلى C أوجد عبارته المركبة.

هـ- عين z_E لاحقة النقطة E صورة C بالتحويل r .

و- ما طبيعة الرباعي $ABCE$ ؟ علل إجابتك.

(4) (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $|iz + 2i - 2\sqrt{3}| = |z - 4|$

أ- بين أن كلا من النقطتين E و B تنتميان إلى (γ)

ب- عين طبيعة المجموعة (γ) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر ثنائية $(x_0; q)$ حيث x_0 و q عددين طبيعيين غير معدومين و $\text{pgcd}(x_0, q) = 1$. (x_n) متتالية هندسية

أساسها q وحدها الأول x_0 ، وتحقق من أجل كل عدد طبيعي n : $x_{n+1} + 2x_{n+3} - 44x_0^2 q^n = 0$

(1) أ- بين أن: $q + 2q^3 = 44x_0$

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\text{pgcd}(1 + 2q^2, 4) = 1$ ثم حدد قيمة كل من x_0 و q

(2) نأخذ فيما يلي $(x_0; q) = (3; 4)$ ونضع من أجل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = x_0 + x_1 + x_2 + \dots + x_n$

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n \equiv 0[3]$

ب- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_{n+1} = 4S_n + 3$ ، ثم حدد قيمة العدد: $\text{pgcd}(S_{n+1}, S_n)$

ج- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n \equiv 0[5]$

(3) أ- حدد باقي قسمة العدد S_{27} على 17.

ب- استنتج ثلاثة قواسم أولية للعدد S_{27}

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: رياضيات /البكالوريا التجريبي 2023

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي وعاء U على 5 كريات حمراء و 3 كريات صفراء وكريتين خضراوين. الكريات متماثلة لانفرق بينها باللمس، نسحب عشوائيا في آن واحد ثلاث كريات من الوعاء U .
 A و B و C ثلاثة أحداث حيث:

• A : " الحصول على ثلاث كريات حمراء "

• B : " الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون "

• C : " الحصول على ثلاث كريات مختلفة اللون مثنى مثنى "

(1) أحسب $P(A)$ و $P(B)$ و $P(C)$ احتمال الأحداث A و B و C على الترتيب.

(2) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد ألوان الكريات المسحوبة.

• عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي.

(3) نظيف $(n-5)$ كرية حمراء إلى الوعاء U حيث $n \geq 5$ ، ثم نسحب عشوائيا كرتين على التوالي دون إرجاع.
 D و E حدثين حيث:

• D : " الحصول على كرتين حمراوين "

• E : " الحصول على كرتين من نفس اللون "

أ- برهن أن: $P(D) = \frac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$.

ب- أحسب بدلالة n العدد $P(E)$ احتمال الحدث E .

ج- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $P(E) \geq \frac{1}{2}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f_m الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f_m(x) = e^{-2x} - (1+m)e^{-x} + m$ حيث m وسيط حقيقي

(C_m) التمثيل البياني للدالة f_m في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. يث $\|\vec{i}\| = 2cm$

I. في هذا الجزء نضع: $m=1$

(1) أدرس تغيرات الدالة f_1

(2) أ- برهن أن المنحني (C_1) يقبل A_0 نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها.

ب- أكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحني (C_1) عند النقطة A_0 ثم أنشئه.

ج- أنشئ المنحني (C_1)

II

(1) أ- بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشترك في نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثيها.

ب- ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m وجود نقط تقاطع المنحني (C_m) مع حامل محور الفواصل.

(2) أدرس تغيرات الدالة f_m ، ثم عين المستقيمات المقاربة للمنحني (C_m).

(3) أ- m_1 و m_2 عددين حقيقيين حيث: $m_1 < m_2$ أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_{m_1}) و (C_{m_2})

ب- أنشئ (دون دراسة التغيرات) المنحنيين (C_{-2}) و (C_3) في نفس المعلم السابق.

(4) نعتبر y_m القيمة الحدية المحلية للدالة f_m التي تأخذها عند x_m أكتب كل من x_m و y_m بدلالة m .

استنتج معادلة مستقلة عن m للمنحني (P) مجموعة النقط $M(x_m; y_m)$ لما m يسمح $]-1; +\infty[$.

انتهى الموضوع الأول

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: رياضيات /البكالوريا التجريبي 2023

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط).

نعتبر المعادلة التالية: (E) $7x - 5y = 11$ حيث x و y عددان صحيحان

(1) أ) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حل للمعادلة (E) فإن $x \equiv 3[5]$

ب) استنتج حلول المعادلة (E)

ج) عين الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) بحيث يكون $PGCD(x; y) = 11$

(2) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية لكل من 5^n و 7^n على 11

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $5^n + 7^{2023}$ قابلا للقسمة على 11

(3) a و b عددان طبيعيين غير معدومين كلاهما أصغر تماما من 7، N عدد طبيعي يكتب $a01b$ في النظام العشري

أ) تحقق أن $10^3 \equiv -[11]$

ب) عين قيمة العدد N إذا علمت أن باقي قسمته على 11 هو 4

ج) أكتب العدد N في نظام التعداد ذي الأساس 11

التمرين الثاني: (04 نقاط).

يحتوي كيس U على 5 كريات بيضاء و 3 كرات حمراء وكرتان خضراوتان، الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس، نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس

(1) أحسب احتمال الحادثتين التاليتين :

A : " الكريات الثلاثة المسحوبة من نفس اللون "

B : " من بين الكريات الثلاثة المسحوبة توجد كرة واحدة فقط خضراء "

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الألوان الظاهرة

أ) عين قانون احتمال المتغير X

ب) احسب الأمل الرياضي والتباين للمتغير العشوائي X

(3) في تجربة مستقلة نعتبر الكيس U وكيس آخر V به كرتين بيضاوين وكرتين حمراوين وكرة خضراء

نرمي حجر نرد غير مزيف مرقم من 1 إلى 6، إذا ظهر الرقم 6 نسحب كرة من الكيس U

وإلا نسحب كرة من الكيس V

أ) بين أن احتمال سحب كرة بيضاء هو $\frac{5}{12}$

ب) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء فما احتمال ان تكون من الكيس V

التمرين الثالث: (04 نقاط).

a عدد حقيقي موجب تماما

f الدالة المعرفة والقابلة للاشتقاق على المجال $[0; +\infty[$:- $f(x) = \sqrt{1+ax^2}$

- بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$

(u_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: رياضيات /البكالوريا التجريبي 2023

(1) نفرض أن $0 < a < 1$

(أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq \frac{1}{\sqrt{1-a}}$

(ب) بين أن (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ، واستنتج أنها متقاربة ثم احسب نهايتها

(2) نضع $a > 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_{n+1}^2 - u_n^2$

(أ) أثبت أن (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول.

(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}^2 - u_n^2 = a^n$

(ج) من أجل كل عدد طبيعي n نعرف المتتالية (w_n) كالآتي:

$$w_0 = 0 \quad \text{ومن أجل كل } n > 1 \quad w_n = 1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}$$

- أكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة a و n

- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \sqrt{w_n}$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x + 2 - \ln x$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g

(2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعلاقة التالية : $f(x) = \frac{1}{2} \left(-x + e - \frac{\ln(x)}{x} \right)$

(C_f) تمثيلها البياني المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و لمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (أ) من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ أحسب $f(-x) + f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $f'(x) = \frac{-g(x^2)}{2x^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

(3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + \frac{e}{2}$ مقارب لـ (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(4) (أ) أثبت أنه يوجد مماسان (T) و (T') للمنحنى (C_f) يوازيان (Δ) يطلب تحديد معادلة كل منهما.

(ب) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث

$$-0,5 < \beta < -0,4 \quad \text{و} \quad 2 < \alpha < 2,1$$

(ج) أرسم كلاً من (Δ) ، (T) ، و (T') والمنحنى (C_f) .

(5) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $x(e - 2m) = \ln(x^2)$ حلاً وحيداً

(6) أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين

الذين معادلتهم: $x = \alpha$ و $x = 1$

انتهى الموضوع الثاني