



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

ثانويات المقاطعة التفتيشية غرداية 02
دورة: ماي 2022

مديرية التربية لولاية غرداية
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 س 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل

- (1) قيمة التكامل $I = \int_0^1 \ln(x+1)dx$ حيث I تساوي $-1 + \ln 4$.
- (2) إذا كان العدد الصحيح x حلا للمعادلة $x^2 + x \equiv 2[6]$ فإن $x \equiv 2[6]$.
- (3) (U_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ ب: $U_n = \ln(n+2) - \ln(n+1)$ فإن: $U_1 + U_2 + \dots + U_n = \ln\left(\frac{n+2}{2}\right)$.
- (4) g هو الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $1 + y + y' = 0$ حيث $g(\ln 2) = 0$ هو $g(x) = -1 - 2e^{-x}$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة $4x - 13y = 7 \dots (E)$ ذات المجهول $(x; y)$ حيث x و y عدنان صحيحان

- (1) أ- تحقق أن العددين 4 و 13 أوليان فيما بينهما ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حولا.
- ب- عين الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقق: $x_0 - y_0 = 4$ ثم استنتج حلول المعادلة (E) .
- (2) عين كل الثنائيات $(x; y)$ من الأعداد الصحيحة حلول المعادلة (E) التي تحقق $|13x + y - 33| < 379$.
- (3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين x و y
- أ- ماهي القيم الممكنة ل d إذا كان $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) .
- ب- عين الثنائيات $(x; y)$ من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة (E) التي تحقق $d = 7$ و $x + y < 400$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

لتكن المتتالية العددية (U_n) المعرفة كما يلي: $U_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $U_{n+1} = \frac{4U_n}{U_n + 2}$.

- (1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq U_n < 2$.
- ب- حدد اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج تقاربها.
- (2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = 1 - \frac{2}{U_n}$.
- أ- بين أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول.
- ب- أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n .
- ج- احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.



B A C B L A N C 2 0 2 2 G H A D A I A 2 M A T H S . T

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تقني رياضي /البكالوريا التجريبي 2022

(3) احسب بدلالة n المجموع $S_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \dots + \frac{1}{U_n}$.

(4) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|U_{n+1} - 2| \leq \frac{2}{3}|U_n - 2|$.

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|U_n - 2| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

ا. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $h(x) = (2-x)e^x - 1$

(1) ادرس تغيرات الدالة h ثم أنشئ جدول تغيراتها.

(2) أثبت أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $1.8 < \alpha < 1.9$ و $-1.2 < \beta < -1.1$ ثم استنتج إشارة على $\mathbb{R}$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$ و (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد

حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$ و $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = \frac{h(x)}{(e^x - x)^2}$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - x = \frac{(1-x)(e^x - x - 1)}{e^x - x}$

ب- استنتج وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ ، علما أنه من أجل كل x ومن $\mathbb{R}$:

$e^x - x - 1 \geq 0$

(4) أ- أوجد معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$.

ب- أنشئ كلا من (Δ) و (T) ثم (C_f) . نأخذ $f(\alpha) = 1.19$, $f(\beta) = -0.47$.

(5) احسب بالسنتيمتر مربع مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين

معادلتيهما $x = 0$ و $x = 1$.

(6) أ- m وسيط حقيقي بين أن المستقيمتين (Δ_m) ذات المعادلة $y = mx + 1 - m$ تتقاطع في نقطة وحيدة يطلب تعيينها .

ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx + 1 - m$.



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير.

(1) الحل العام للمعادلة التفاضلية $y' - \sin(3x) = 0$ هي الدوال :

(أ) $y = 3\cos(3x) + c$ (ب) $y = -\frac{1}{3}\cos(3x) + c$ (ج) $y = -3\cos(3x) + c$ (د عدد حقيقي)

(2) مجموعة حلول المتراجحة $6 + e^{2x} < 5e^x$ هي

(أ) $s =]\ln 2; \ln 3[$ (ب) $s =]2; 3[$ (ج) $s =]-\infty; \ln 2[\cup]\ln 3; +\infty[$

(3) يكتب العدد 1962 في نظام التعداد ذي الأساس x بالشكل $\overline{3652}$ قيمة x هي:

(أ) 8 (ب) 6 (ج) 5

(4) إذا كانت الأعداد $1 - e^{-2}$, $e^{-2} - e^{-4}$ و α تشكل بهذا الترتيب حدودا متعاقبة من متتالية هندسية فإن :

(أ) $\alpha = 1 - e^{-4}$ (ب) $\alpha = e^{-2} - e^{-6}$ (ج) $\alpha = e^{-4} - e^{-6}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحددها الأول $U_0 = 4e^3$, ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 2\sqrt{U_n}$

(1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $U_n > 4$.

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) . ماذا تستنتج؟

(2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $V_n = \ln U_n - 2\ln 2$

أ- أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحددها الأول V_0 .

ب- أكتب بدلالة V_n بدلالة n ثم أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n $U_n = 4e^{\frac{3}{2^n}}$, ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

(3) أوجد قيمة العدد الطبيعي n حيث $V_0 + V_1 + \dots + V_n = 6(1 - e^{-2022\ln 2})$.

(4) احسب بدلالة n الجداء $S_n = U_0 \times U_1 \times \dots \times U_n$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) ادرس حسب العدد الطبيعي n بواقي قسمة 9^n على 11 .

(2) بين أن $5[1] \equiv 2021^{2023}$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2022^{2021} 2023$ على 11 .

(3) استنتج أن العدد $(3 + 1962^{1954} + 1443^{2021} + 2022^{1443})$ مضاعف لـ 11 .

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تقني رياضي /البكالوريا التجريبي 2022

(4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $9^{2020n+2022} + 5 \times 9^{10n-2} + 3 \equiv 0 [11]$.

(5) عين قيم العدد الطبيعي n يكون العدد الطبيعي $(4 - n^2 + 1962^{1954})$ مضاعفا للعدد 11.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + \ln x - \ln(2e)$.

(1) بين أن الدالة g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين 1,2 و 1,3 ثم تحقق أن $\ln \alpha = 1 - \alpha^2 + \ln 2$.

(3) عين حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \frac{\ln 2 - \ln x}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم

متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا، ثم أثبت أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج- بين أن $f(\alpha) = 2\alpha - \frac{1}{\alpha}$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

(3) أ- أثبت أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) معادلته $y = x - \frac{1}{2e}$ في نقطة A يطلب تعيين إحداثياتها.

(4) أ- ارسم (T) و (Δ) ثم (C_f) .

ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط λ عدد حلول المعادلة $\frac{2e^{\lambda x}}{x} = 1$.

(5) احسب التكامل A حيث $A = \int_1^e \frac{\ln 2 - \ln x}{x} dx$ ثم فسر النتيجة هندسيا.