



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تسيير واقتصاد

دورة: 024

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و 30

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{5}{6}u_n - \frac{1}{3}$ ،

(1) احسب u_1 و u_2

(2) أ) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $-2 < u_n \leq 0$ ،

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n + 2$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{6}$

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2$ ،

ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ ،

- احسب S_n بدلالة n ثم استنتج T_n بدلالة n

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير:

(1) المعادلة $2e^{2x} + 3e^x - 2 = 0$ ذات المجهول الحقيقي x :

أ) تقبل حلاً وحيداً. ب) تقبل حلين مختلفين. ج) لا تقبل حلاً.

(2) $\int_0^1 (3x^2 + 3e^{3x}) dx$ يساوي:

أ) $e^3 + 1$ ب) e^3 ج) $e^3 - 1$

(3) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 2u_n + 1$ ،

عبارة الحد العام u_n هي: أ) $2^{n+1} + 1$ ب) $2^n - 1$ ج) $2^{n+1} - 1$

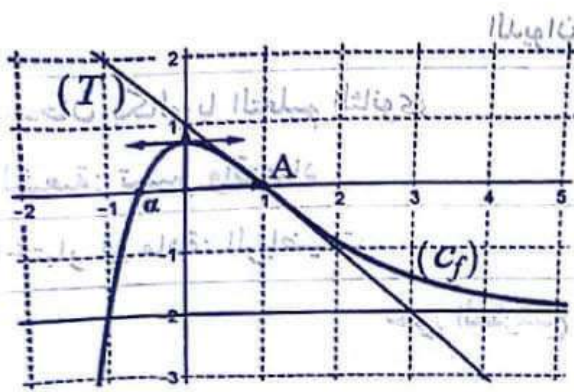
(4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln(2x)}{1 + \ln x} \right)$ تساوي: أ) $\ln 2$ ب) 1 ج) 2



اختبار في مادة: الرياضيات // الشعبة: تسيير وإقتصاد // بكالوريا 2024

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نمطها تسيير وإقتصاد



المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ في الشكل المقابل، (C_f) التمثيل البياني لدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ والذي يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما 1 و α و (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة $A(1; 0)$ بقراءة بيانية:

(1) عيّن $f(1)$ و $f'(1)$ ثم أعط معادلة للمماس (T)

(2) برّر أنّ A نقطة انعطاف لـ (C_f)

(3) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) \times f'(x) = 0$

(4) دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

— حدّد حسب قيم x إشارة $f(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة F

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 1 + \frac{1+2\ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.

(2) أ) بيّن أنه: من أجل كلّ x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-4\ln x}{x^3}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0,52 < \alpha < 0,53$

(4) أ) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=1$

ب) احسب $f(e)$ ثم ارسم كلاً من (C_f) و (Δ)

(5) أ) أثبت أنّ $H: x \mapsto \frac{-3-2\ln x}{x}$ دالة أصلية للدالة $h: x \mapsto \frac{1+2\ln x}{x^2}$ على المجال $]0; +\infty[$

ب) استنتج مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما:

$$x=e, \quad x=1$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

(1) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ $f(x) = 8x^3 + 1$

الدالة الأصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ والتي تتعدم عند 1 هي الدالة F حيث :

$$F(x) = 2x^4 - 2x \quad (\Rightarrow) \quad F(x) = 2x^4 + x - 3 \quad (\Leftarrow) \quad F(x) = x^4 + x - 2 \quad (!)$$

(2) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$

القيمة المتوسطة للدالة g على المجال $[-\ln 2; \ln 2]$ هي:

$2 \ln 2$ (f)

$$\frac{1}{2 \ln 2} \quad (\text{ب})$$

$\frac{1}{2}$ (ج)

(3) للمعادلة $\ln(x-2) + \ln(x-4) = 3\ln 2$ حلٌ وحيد في المجال $]-\infty; 4[$ هو: $x = 0$ (5)

6 (f)

8 (ب)

9 (ج)

(4) الدالة h المعرفة على $[-1; 1]$ بـ:

(أ) زوجية.

(ب) فردية.

(ج) لا زوجية ولا فرسية.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

$P(X) = (2X - 1)(X^2 + X - 2)$: $\mathbb{R}$ على المعرفة P :

(1) ادرس إشارة $P(X)$ حسب قيم X من $\mathbb{R}$

(2) أ) حل في المجال $]0; +\infty[$: المعادلة $(2\ln x - 1)((\ln x)^2 + \ln x - 2) = 0$

(ب) استنتج في المجال $]0; +\infty[$: حلول المتراجحة: $(2\ln x - 1)((\ln x)^2 + \ln x - 2) < 0$

(3) حل في المجال $]-1; +\infty[$: المعادلة $(\ln(x+1))^2 + \ln(x+1) - 2 = 0$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعروفة بـ: $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - \frac{1}{2}$ ،

(1) احسب u_1 و u_2

(2) | برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > -2$

(ب) أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.



اختبار في مادة: الرياضيات // الشعبة: تسيير واقتصاد // بكالوريا 2024

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n + 2$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$

(ب) اكتب v_n بدلالة n ثم بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 6\left(\frac{3}{4}\right)^n - 2$

(ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) احسب بدلالة n كلاً من المجموعين S_n و T_n حيث:

$$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n \quad \text{و} \quad T_n = \frac{1}{2+u_0} + \frac{1}{2+u_1} + \frac{1}{2+u_2} + \dots + \frac{1}{2+u_n}$$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - (x+1)e^{-x}$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

(2) احسب $g(0)$ ثم استنتج أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x) \geq 0$

(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + (x+2)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) (أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) اكتب معادلة (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

(4) (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

(5) (أ) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-1,69 < \alpha < -1,68$

(ب) ارسم (T) و (Δ) ثم (C_f)

(6) (أ) بين أن الدالة $H: x \mapsto -(x+3)e^{-x}$ هي دالة أصلية للدالة $h: x \mapsto (x+2)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$

(ب) احسب $\mathcal{M}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

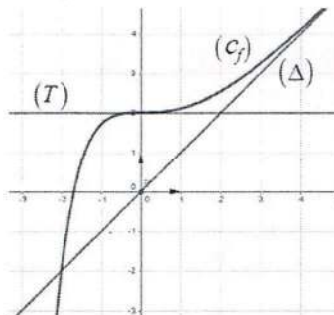
$$x = 2 \quad , \quad x = 0 \quad , \quad y = x$$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)										
العلامة	مجزأة											
التمرين الأول (04 نقاط)												
0,5	0,25×2	(1) $u_2 = -\frac{11}{18}$ و $u_1 = -\frac{1}{3}$										
1,5	0,75 + 0,25	(2) أ) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $-2 < u_n \leq 0$ ب) (u_n) المتتالية متناقصة تماما. $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{6}(u_n + 2)$										
	0,25×2											
1,25	0,5	(3) أ) $v_{n+1} = \frac{5}{6}v_n$ ومنه: (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{6}$ ب) $u_n = 2\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2$ ، $v_n = 2\left(\frac{5}{6}\right)^n$ ج) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -2$										
	0,25×2											
	0,25											
0,75	0,25 + 0,5	(4) $T_n = 12\left[1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{n+1}\right] - 2(n+1)$ ، $S_n = 12\left[1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{n+1}\right]$										
التمرين الثاني (04 نقاط)												
1	0,5×2	(1) الإجابة: أ) للمعادلة حلّ وحيد هو $-\ln 2$										
1	0,5×2	(2) الإجابة: ب) $\int_0^1 (3x^2 + 3e^{3x}) dx = [x^3 + e^{3x}]_0^1 = e^3$										
1	0,5×2	(3) الإجابة: ج) u_0 يُحقّق الحالة ج) فقط. $u_n = 2^{n+1} - 1$										
1	0,5×2	(4) الإجابة: ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln(2x)}{1 + \ln x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\frac{\ln 2}{\ln x} + 1}{\frac{1}{\ln x} + 1} \right) = 1$										
التمرين الثالث (04 نقاط)												
1	0,5 + 0,25×2	(1) $(T): y = -x + 1$ ، $f'(1) = -1$ ، $f(1) = 0$										
1	1	(2) من الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) : A نقطة انعطاف لـ (C_f)										
1	1	(3) $f(x) = 0$ أو $f'(x) = 0$ ومنه : $S = \{\alpha; 0; 1\}$										
1	0,5 0,25×2	(4) إشارة $f(x)$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>-</td></tr></table> F متناقصة تماما على كل من $]-\infty; \alpha]$ و $[1; +\infty[$ ومتزايدة تماما على $[\alpha; 1]$	x	$-\infty$	α	1	$+\infty$	f(x)	-	0	+	-
x	$-\infty$	α	1	$+\infty$								
f(x)	-	0	+	-								
التمرين الرابع (08 نقاط)												
1,5	0,5×2 0,25×2	(1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ التفسير الهندسي.										
2,25	1	(2) أ) من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-4 \ln x}{x^3}$										

	0,25 × 2 0,75	(ب) f متزايدة تماما على $[0; 1]$ ومتناقصة تماما على $[1; +\infty[$ جدول التغيرات <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table>	x	0	1	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$-\infty$	2	1	
x	0	1	$+\infty$												
$f'(x)$	+	0	-												
$f(x)$	$-\infty$	2	1												
1	1	f مستمرة ومتزايدة تماما على $[0,52; 0,53]$ و $f(0,52) \times f(0,53) < 0$ ومنه (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0,52 < \alpha < 0,53$	(3)												
2,25	0,25 0,75	(أ) $f(x) - 1 = \frac{1+2\ln x}{x^2}$ لما $0 < x < \frac{1}{\sqrt{e}}$: (C_f) أسفل (Δ) ولما $x > \frac{1}{\sqrt{e}}$: (C_f) أعلى (Δ) $(\Delta) \cap (C_f) = \left\{ A\left(\frac{1}{\sqrt{e}}; 1\right) \right\}$													
	0,25 1	(ب) $f(e) = 1 + \frac{3}{e^2}$ الرسم:	(4)												
1	0,5 0,5	(أ) من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $H'(x) = h(x)$ (ب) $\int_1^e \frac{1+2\ln x}{x^2} dx = [H(x)]_1^e = 3 - \frac{5}{e}$ ومنه: $\mathcal{A} = \left(3 - \frac{5}{e}\right) u.a$	(5)												

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
العلامة	مجزأة	
التمرين الأول (04 نقاط)		
1	1	(1) الإجابة: ب) ، (التبرير غير مطلوب)
1	1	(2) الإجابة: ج) ، (التبرير غير مطلوب)
1	1	(3) الإجابة: أ) ، (التبرير غير مطلوب)
1	1	(4) الإجابة: ب) ، (التبرير غير مطلوب)
التمرين الثاني (04 نقاط)		
1	1	(1) $P(X)$ سالب تماما على المجالين $]-\infty; -2[$ و $]\frac{1}{2}; 1[$ وموجب تماما على المجالين $]-2; \frac{1}{2}[$ و $]1; +\infty[$ وينعدم عند كل من -2 ، $\frac{1}{2}$ ، 1
2	1	(2) أ) مجموعة الحلول هي: $\{e^{-2} ; e ; \sqrt{e}\}$
	1	ب) مجموعة الحلول هي: $]0 ; e^{-2}[\cup]\sqrt{e} ; e[$
1	1	(3) مجموعة الحلول هي: $\{e^{-2} - 1 ; e - 1\}$
التمرين الثالث (04 نقاط)		
0,5	0,5	(1) $u_2 = \frac{11}{8}$ ، $u_1 = \frac{5}{2}$
1	0,75 + 0,25	(أ) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n > -2$
0,5	0,5	(2) ب) من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{4}(u_n + 2)$ ، ومنه : (u_n) متناقصة تماما.
1,5	0,5	(أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n$ ، $q = \frac{3}{4}$
	0,25 + 0,5	ب) $u_n = v_n - 2 = 6\left(\frac{3}{4}\right)^n - 2$ ، $v_n = 6\left(\frac{3}{4}\right)^n$
	0,25	ج) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -2$
0,5	0,25 × 2	(4) $T_n = \frac{1}{2}\left(\left(\frac{4}{3}\right)^{n+1} - 1\right)$ ، $S_n = 24\left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}\right)$
التمرين الرابع (08 نقاط)		
1,25	0,75 0,5	(1(I) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $g'(x) = xe^{-x}$ g متناقصة تماما على $]-\infty; 0[$ ومتزايدة تماما على $]0; +\infty[$
0,5	0,25 × 2	(2) $g(0) = 0$ ومنه: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $g(x) \geq 0$
0,75	0,5 + 0,25	(1(II) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
1	0,5	(2) أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $f'(x) = g(x)$

	0,25	(ب) الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ جدول التغيرات: <table> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	+	$f(x)$	$-\infty$	2	$+\infty$	
x	$-\infty$	0	$+\infty$												
$f'(x)$	+	0	+												
$f(x)$	$-\infty$	2	$+\infty$												
0,25	0,25	$(T): y = 2$	(3)												
1,25	0,5	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$ ومنه $(\Delta): y = x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$	(4)												
	0,75	(ب) من $f(x) - x = (x+2)e^{-x}$ نجد: (C_f) أسفل (Δ) على $]-\infty; -2[$ وأعلى (Δ) على $]-2; +\infty[$ ويقطعه في النقطة $A(-2; -2)$													
	1	(أ) f مستمرة ومتزايدة تماما على $[-1,69; -1,68]$ و $f(-1,69) \times f(-1,68) < 0$ ومنه: للمعادلة $f(x) = 0$ حلّ وحيد α حيث $-1,69 < \alpha < -1,68$	(5)												
2	0,5	(ب) الرسم: رسم (Δ) و (T) رسم (C_f) 													
1	0,5	(أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $H'(x) = h(x)$	(6)												
	0,5	(ب) $\mathcal{A} = \int_0^2 (f(x) - x) dx = H(2) - H(0) = \left(3 - \frac{5}{e^2}\right) u.a$													

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.