

الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: 05 نقاط

f دالة عددية معرفة على المجال $[a; b]$ وتحقق ما يلي: من أجل كل عدد حقيقي $x \in [a; b]$ فإن:

$$\begin{cases} f(x) \in [a; b] \\ |f(x) - f(\alpha)| \leq |x - \alpha| \end{cases} \text{ حيث } \alpha \text{ عدد حقيقي كفي من } [a; b].$$

1) برهن أن الدالة f مستمرة عند α ثم إستنتج أنها مستمرة على المجال $[a; b]$.

2) برهن أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[a; b]$.

التمرين الثاني: 15 نقطة

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = x^3 - 3x - 3$

(I) 1) أحسب كلا من $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) برهن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق: $2, 1 < \alpha < 2, 2$.

4) إستنتج إشارة g على $\mathbb{R}$.

(II) نعرف الآن الدالة العددية f المعرفة على $D_f = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$ ب: $f(x) = \frac{2x^3 + 3}{x^2 - 1}$

و (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المزود بالمعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها ثم فسرهما هندسيا.

2) برهن أنه من أجل كل $x \in D_f$: $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 - 1)^2} g(x)$

3) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) برهن أن $f(\alpha) = 3\alpha$ ثم إستنتج حصرا $f(\alpha)$.

5) برهن أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار كل من $-\infty$ و $+\infty$.

6) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

7) أرسم (C_f) و (Δ) في المعلم في المستوي المزود بالمعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.