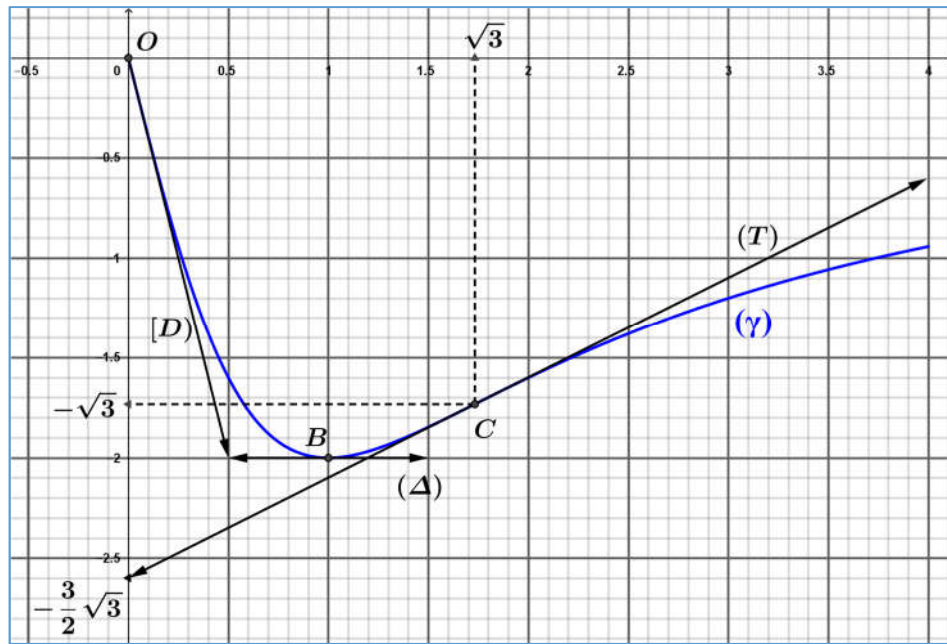


التمرين الأول:



$(O; \vec{i}; \vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس،
 f دالة قابلة للاشتقاق على $[0; 4]$.

باستعمال برمجية جيو جبرا
 GeoGebra، مثّلنا المنحنى (γ)
 للدالة f ، ونصف المماس $[D]$ عند
 النقطة O على اليمين، والمماسين
 (Δ) و (T) عند النقطتين B و C
 على الترتيب.

بقراءة بيانية أجب على ما يلي:

(1) هل f مستمرة على $[0; 4]$ ؟
 برّر إجابتك.

(2) بيّن أن المعادلة $f(x) = -0.5$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[0; 0.5]$.

(3) أحسب: $f(\sqrt{3})$ و $f(1)$ و $f(0)$ ، ثم $f'(\sqrt{3})$ و $f'(1)$ و $f'_R(0)$.

(4) استنتج معادلة لكل من نصف المماس $[D]$ والمماس (Δ) . ماذا تسمى النقطة B ؟

(5) شكّل جدول تغيّرات f على المجال $[0; 4]$ ، مبينا فيه إشارة $f'(x)$.

(6) أ) بيّن أنّ معامل توجيه المماس (T) يساوي $\frac{1}{2}$ ، ثم عيّن معادلة له.

ب) حدّد وضعيّة المنحنى (γ) والمماس (T) . ماذا نسمي النقطة C من المنحنى (γ) ؟ استنتج العدد $f(\sqrt{3})$.

ج) استنتج بيانيا في المجال $[0; 4]$ حل المتراجحة: $-4 \leq f'(x) \leq 0$.

(7) نقبل أنّ: $f(4) = \frac{-16}{17}$ وليكن k عددا حقيقيا سالبا، ناقش بيانيا على المجال $[0; 4]$ ، حسب قيم الوسيط k وجود

وعدد حلول المعادلة: $f(x) = k$

x	-3	-1	0	1	2	3
$u'(x)$	-	0	+	+	0	-
$u(x)$	-1	-2	0	2	0	-1

التمرين الثاني: إليك جدول تغيرات دالة u .

1. استنتج إشارة $u(x)$.

2. نعرّف الدالتين: k و t بـ:

$$k(x) = \sqrt{u(x)}$$

$$t(x) = [u(x)]^2$$

أ- استنتج مجموعة تعريف كل من k و t .

ب- عبّر عن كل من $k'(x)$ و $t'(x)$ بدلالة $u(x)$ و $u'(x)$.

ج- شكّل جدولي تغيرات كل من k و t .

بالتوفيق.

انتهى.

التصحيح النموذجي

التمرين الأول: (7 نقاط)

بقراءة بيانية:

(1) الدالة f مستمرة على $[0; 4]$.

التبرير: يمكن رسم منحناها دون رفع القلم (اليد).

أو لأن الدالة f قابلة للاشتقاق على $[0; 4]$. (0.5 ن)(2) المعادلة $f(x) = -0.5$ تقبل حلا وحيدا α على $[0; 0.5]$ لأن: المستقيم ذو المعادلة $y = -0.5$ يقطع (γ) في نقطة واحدة فاصلتها α حيث $\alpha \in]0; 0.5[$. (1 ن)

أو نقدّم شروط مبرهنة القيم المتوسطة ونتيجتها كما يلي:

الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[0; 0.5]$ و $[f(0) = 0]$ و $[f(0.5) \approx -1.6]$ فإن المعادلة $f(x) = -0.5$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين 0 و 0.5.(3) الحساب: $f(\sqrt{3}) = -\sqrt{3}$ ، $f(1) = -2$ ، $f(0) = 0$ ثم $f'(\sqrt{3}) = \frac{-\sqrt{3} - (-\frac{3}{2}\sqrt{3})}{0 - \sqrt{3}} = \frac{1}{2}$ و $f'(1) = 0$

$$f'_R(0) = \frac{0 - 2}{0 - 0.5} = -4 \quad (1.5 = 6 \times 0.25 \text{ ن})$$

(4) استنتاج معادلة لكل من: نصف المماس $[D]$ والمماس (Δ) .معادلة (Δ) : $y = -2$ (0.5 ن)ومعادلة $[D]$: $y = f'_R(0)(x - 0) + f(0)$; $x \geq 0$ ومنه: $y = -4x$; $x \geq 0$ (0.25 ن)النقطة B هي ذروة للمنحنى (0.25 ن)

x	0	1	4
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	0	2	$\frac{-16}{17}$

(5) جدول تغيّرات f وجدول إشارة $f'(x)$ من أجل $x \in [0; 4]$

انظر الجدول المقابل. (0.5 ن)

(6) أ) تبين أنّ معامل توجيّه (γ) يساوي $\frac{1}{2}$ ثمّ تعيّن معادلة له.لدينا مما سبق: $f'(\sqrt{3}) = \frac{1}{2}$ وتنتج معادلة له: $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}\sqrt{3}$ (0.5 ن)ب) تحديد وضعيّة (γ) و (τ) . وتسمية النقطة C ، واستنتاج $f''(\sqrt{3})$ عندما: $x \in [0; \sqrt{3}]$ المنحنى (γ) يقع فوق المماس (τ) ، عندما: $x = \sqrt{3}$ المنحنى (γ) والمماس (τ) متقاطعان.

وعندما: $x \in]\sqrt{3}; 4]$ المنحنى (γ) يقع تحت المماس (T) . (0.5 ن)

النقطة C هي نقطة انعطاف. (0.25 ن) $f''(\sqrt{3}) = 0$ (0.25 ن)

ج) استنتاج بيانيا في المجال $[0; 4]$ حل المتراجحة: $-4 \leq f'(x) \leq 0$ تكافئ: $0 \leq x \leq 1$ (0.5 ن)

(7) المناقشة البيانية لوجود وعدد حلول المعادلة $f(x) = k$ (0.5 ن)

الحلول هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (γ) والمستقيم ذي المعادلة: $y = k$

وعندما: $-2 < k < -\frac{16}{17}$ يوجد حلان.

عندما: $0 \leq k < -\frac{16}{17}$ يوجد حل وحيد.

وعندما: $k < -2$ لا توجد حلول.

وعندما: $k = -2$ يوجد حل مضاعف ($x=1$)

x	-3	-1	0	1	2	3
$u'(x)$	-	0	+	+	0	-
$u(x)$	-1		-2	0	2	-1

التمرين الثاني: (3 نقاط)

إليك جدول تغيرات دالة u .

1. استنتاج إشارة $u(x)$. (0.5 ن)

من جدول تغيرات u نستنتج جدول الإشارة التالي:

x	-3	0	2	3	
$u(x)$	-	0	+	0	-

2. نعرف الدالتين: k و t بـ: $k(x) = \sqrt{u(x)}$ و $t(x) = [u(x)]^2$

(أ) استنتاج مجموعة تعريف كل من k و t .

(0.25 ن) $D_k = \{x \in D_u : u(x) \geq 0\}$ ومنه: $D_k = [0; 2]$ (0.25 ن)

(0.25 ن) $D_t = D_u = [-3; 3]$ ومنه: $D_t = D_u = [-3; 3]$ (0.25 ن)

(ب) التعبير عن كل من $k'(x)$ و $t'(x)$ بدلالة $u'(x)$ و $u(x)$

(0.5 ن) $k'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$ و (0.5 ن) $t'(x) = 2u'(x) \times u(x)$ (0.5 ن)

x	0	1	2
$k'(x)$	+	0	-
$k(x)$	0	$\sqrt{2}$	0

ج) جدول تغيرات كل من k و t .

جدول تغيرات k . إشارة k' من إشارة u' (0.5 ن)

جدول تغيرات t . إشارة t' من إشارة الجداء $u' \cdot u$. (0.5 ن)

x	-3	-1	0	1	2	3
$u'(x)$	-	0	+	+	0	-
$u(x)$	-	-	0	+	+	0
$t'(x)$	+	0	-	0	+	0
$t(x)$	1	4	0	4	0	1