

المدة : 1 ساعة الموضوع 01	الغرض الثاني للفصل الأول	المستوى : 1 ع ت الأستاذ : مخوخ
------------------------------	--------------------------	-----------------------------------

التعريف الأول (6 ن)

(I) (d) مستقيم مزود بالمعلم $(\vec{u}; 0)$.
عين موضع النقطة M ذات الفاصلة x في كل حالة مما يلي :
(1) $|x-3|=2$ ؛ (2) $|x-3|=|x+2|$ ؛ (3) $|2x-4|=10$ ؛ (4) $|3-x| \leq 2$

التعريف الثاني (8 ن)	الأستاذ مخوخ
----------------------	--------------

أ نزل ثم أ ملأ الجدول التالي :

المجال	المحصر	المسافة	القيمة المطلقة	c	r
$x \in [-2; 3]$					
	$\frac{3}{2} < x < \frac{7}{2}$				
		$d(x; -3) \leq 1$			
			$ 3-x < 1$		
				1	3

التمرين الثالث (6 ن)

ليكن a و b عدنان حقيقيان حيث : $0 < b < a$ و $7 < a^2 + b^2 < 12$ و $1 < ab < 2$.
(1) برهن أن : $3 < a+b < 4$ و $\sqrt{3} < a-b < \sqrt{10}$
(2) استنتج أن : $\frac{3+\sqrt{3}}{2} < a < 2 + \frac{\sqrt{10}}{2}$ و $\frac{3-\sqrt{10}}{2} < b < \frac{4-\sqrt{3}}{2}$

تعين موضع النقطة M ذات الفاصلة x في كل حالة:

نرمز إلى المسافة بين a و b بالرمز $d(a; b)$ ونكتب:

$$d(a; b) = |a - b|$$

كذلك المسافة بين x و 3 هي:

$$d(x; 3) = |x - 3|$$

AS

$$(1) \text{ لدينا: } |x - 3| = 2$$

$$\text{معناه: } d(x; 3) = 2$$

x هي فاصلة النقطة M ونكتب رياضياً: $M(x)$
3 هي فاصلة لنقطة و لتكن هذه النقطة A مثلاً

ونكتب رياضياً: $A(3)$

الكتب الخارجية للرياضيات

لاحظ أن: $d(x; 3)$ المسافة بين x و 3 تعني المسافة بين النقطة M التي فاصلتها x والنقطة A التي فاصلتها 3

ملاحظة:

الطول MA هو نفسه الطول AM

الأستاذ

$$d(x; 3) = 2$$

$$MA = 2$$

يعني أن:

مخوخ

$$AM = 2$$

ونكتب:

الآن: يمكننا تحديد موضع النقطة M على المستقيم (d) المزود بالمعلم $(\vec{d}; \theta)$

لاحظ أن: A نقطة ثابتة على المستقيم (d) فاصلتها 3 (أنظر الشكل)

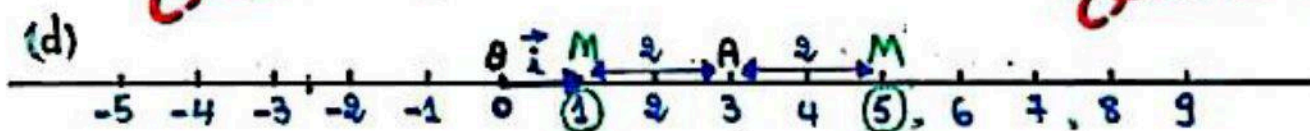
و: M نقطة متحركة على المستقيم (d) فاصلتها x (أنظر الشكل)

اذن أين يجب وضع النقطة M على المستقيم (d) لكي يكون الطول: $AM = 2$

(أنظر الشكل أسفله)

الأستاذ مخوخ

الأستاذ مخوخ



* الشكل *

لكي يكون الطول: $AM = 2$ يجب أن يكون موضع النقطة M في النقطة التي فاصلتها: 5 أو في النقطة التي فاصلتها: 1 أي: $M(5)$ أو $M(1)$

$$\text{إما: } x = 5 \text{ أو } x = 1$$

الآن كيف يجيب الطالب على ورقة الإجابة ؟

الإجابة النموذجية :

تعيين موضع M في كل حالة :

الأستاذ مخوخ

لدينا : $|x-3|=2$

معناه : $d(x;3)=2$

أي : $MA=2$

أو : $AM=2$

حيث : $A(3)$ و $M(x)$

$|x-3|=|x+2|$ (2)

$|x-3|=|x-(-2)|$

$d(x;3)=d(x;-2)$

أي : $AM=BM$ في هذه الحالة : M منتصف [AB]

حيث : $A(3)$ و $B(-2)$

و : $M(x)$

ومنه : $x=\frac{1}{2}$

(3) $|2x-4|=10$

$|2(x-2)|=10$

$|2|x-2||=10$

$2|x-2|=10$

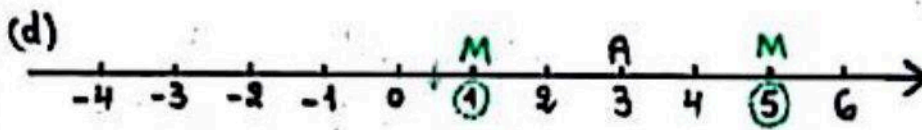
$|x-2|=\frac{10}{2}$

$|x-2|=5$

$d(x;2)=5$

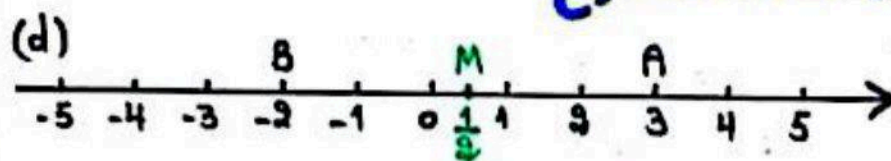
$CM=5$

حيث : $C(2)$ و $M(x)$



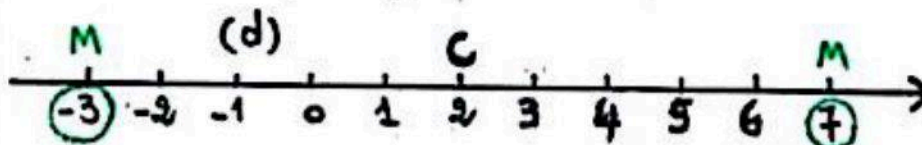
ومنه : $x=1$ أو $x=5$

الأستاذ مخوخ



AS

الحلول



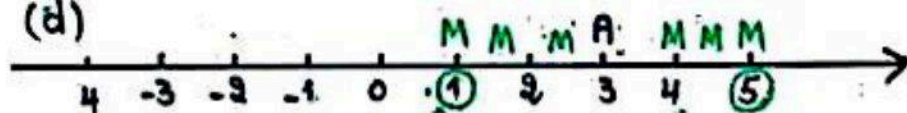
ومنه : $x=-3$

أو : $x=7$

الكتب الخارجية للرياضيات

$$(4) |3-x| \leq 2$$

(d)



$$\text{أي: } d(3; x) \leq 2$$

$$\text{أذن: } AM \leq 2$$

$$\text{حيث: } A(3) \text{ و } M(x)$$

حتى يكون الطول AM أصغر من أو يساوي 2
يجب أن تكون النقطة M موجودة بين النقطة
التي فاصلتها 1 والنقطة التي فاصلتها 5

وعليه فإن: فاصلة النقطة M مجسورة بين الفاصلتين: 1 و 5

$$\text{أذن: } 1 \leq x \leq 5 \text{ ومنه: } x \in [1; 5]$$

التمرين الثاني

حصريا على صفحة

ما يجب معرفته وعدم نسيانه:

المركز؛ المجال؛ القيمة المطلقة والمسافة:

(1) عناصر المجال:

الكتب الخارجية

يتميز المجال $[a; b]$ بثلاثة عناصر هي:

للدرياسيات

$$c = \frac{a+b}{2}$$

(أ-) مركز المجال: وهو العدد الحقيقي:

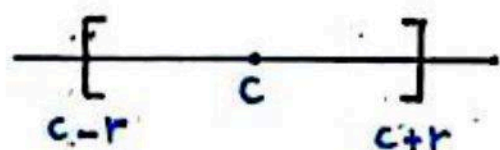
$$b-a$$

(ب-) طول المجال: وهو العدد الحقيقي الموجب:

$$r = \frac{b-a}{2}$$

(ج-) نصف قطر المجال: وهو العدد الحقيقي الموجب:

نتيجة:



c عدد حقيقي كيعني و r عدد حقيقي موجب
من أجل كل عدد حقيقي x، النصوص الآتية
متكافئة:

$$(1) x \in [c-r; c+r] \text{ (في صيغة مجال)}$$

$$(2) c-r \leq x \leq c+r \text{ (في صيغة حصر)}$$

$$(3) d(x; c) \leq r \text{ (في صيغة مسافة)}$$

$$(4) |x - c| \leq r \text{ (في صيغة قيمة مطلقة)}$$

الأستاذ مخوخ

$$(3) \text{ معناه } d(x; -3) \leq 1$$

$$|x - (-3)| \leq 1$$

$$|x + 3| \leq 1$$

$$r = 1 \text{ و } c = -3$$

$$x \in [-3-1; -3+1]$$

$$x \in [-4; -2]$$

$$-4 \leq x \leq -2$$

$$r = 3 \text{ و } c = 1$$

$$-2 \leq x \leq 4$$

$$|x - 1| \leq 3$$

$$(4) \text{ معناه } x \in [-2; 3]$$

$$r = \frac{3 - (-2)}{2} = \frac{5}{2}$$

$$c = \frac{-2 + 3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$|x - \frac{1}{2}| \leq \frac{5}{2}$$

$$d(x; \frac{1}{2}) \leq \frac{5}{2}$$

$$(2) \text{ معناه } x \in]\frac{3}{2}; \frac{7}{2}[$$

$$r = \frac{\frac{7}{2} - \frac{3}{2}}{2} \text{ و } c = \frac{\frac{3}{2} + \frac{7}{2}}{2}$$

$$r = 1$$

$$c = \frac{5}{2}$$

$$|x - \frac{5}{2}| < 1$$

$$d(x, \frac{5}{2}) < 1$$

(5) تذكر عزيزي الطالب أن: $|a - b| = |b - a|$

وعليه فإن: $|3 - x| < 1$ يعني: $|x - 3| < 1$ لأن: $|3 - x| = |x - 3|$

معناه: $d(x; 3) < 1$ و: $r = 1$ و: $c = 3$

$$2 < x < 4 \text{ و } x \in]2; 4[$$

الأستاذ مخوخ

إتمام الجدول:

المجال	الحصن	المسافة	القيمة المطلقة	C	r
$x \in [-2; 3]$	$-2 \leq x \leq 3$	$d(x; \frac{1}{2}) \leq \frac{5}{2}$	$ x - \frac{1}{2} \leq \frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$
$x \in]\frac{3}{2}; \frac{7}{2}[$	$\frac{3}{2} < x < \frac{7}{2}$	$d(x; \frac{5}{2}) < 1$	$ x - \frac{5}{2} < 1$	$\frac{5}{2}$	1
$x \in [-4; -2]$	$-4 \leq x \leq -2$	$d(x; -3) \leq 1$	$ x + 3 \leq 1$	-3	1
$x \in]2; 4[$	$2 < x < 4$	$d(x; 3) < 1$	$ 3 - x < 1$	3	1
$x \in [-2; 4]$	$-2 \leq x \leq 4$	$d(x; 1) \leq 3$	$ x - 1 \leq 3$	1	3

صفحة

الكتب الخارجية للرياضيات

التصريح الثالث

ليكن a و b عدداً حقيقيين حيث: $0 < b < a$ و $7 < a^2 + b^2 < 12$ و $1 < ab < 2$

(1) لنبرهن أن: $3 < a+b < 4$ و $\sqrt{3} < a-b < \sqrt{10}$:

* لدينا: (1) $7 < a^2 + b^2 < 12$... (1)

ولدينا أيضاً: $1 < ab < 2$

أفكار الرياضيات

أي: $2 \times 1 < 2ab < 2 \times 2$

وعليه فإن: (2) $2 < 2ab < 4$... (2)

من (1) و (2) ينتج أن: $7 + 2 < a^2 + b^2 + 2ab < 12 + 4$

اذن: $9 < a^2 + b^2 + 2ab < 16$

$9 < (a+b)^2 < 16$

$\sqrt{9} < \sqrt{(a+b)^2} < \sqrt{16}$

الأستاذ

$3 < |a+b| < 4$

مخوخ

Excellent

معناه:

مخوخ

$3 < a+b < 4$

ومنه:

* لدينا: (1) $7 < a^2 + b^2 < 12$... (1)

و: $1 < ab < 2$

أي: $-2 \times 2 < -2ab < -2 \times 1$

اذن: (2) $-4 < -2ab < -2$... (2)

من (1) و (2) ينتج أن: $7 + (-4) < a^2 + b^2 + (-2ab) < 12 + (-2)$

$3 < a^2 + b^2 - 2ab < 10$

$3 < (a-b)^2 < 10$

$\sqrt{3} < \sqrt{(a-b)^2} < \sqrt{10}$

$\sqrt{3} < |a-b| < \sqrt{10}$

$\sqrt{3} < a-b < \sqrt{10}$

Very Good

أي:

اذن:

ومنه:

1) $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ متطابقة شهيرة من الشكل الأول

2) $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ متطابقة شهيرة من الشكل الثاني

3) $\sqrt{(a+b)^2} = |a+b| = a+b$ لدينا :

لأن : $a < b < 0$ أي : a و b عددان موجبان فاما

وعليه فإن مجموعهما عدد موجب أي أن : $a+b > 0$

4) $\sqrt{(a-b)^2} = |a-b| = a-b$ لدينا أيضا :

لأن : $a > b$ وعليه فإن : $a-b > 0$

(2) لنستنتج أن : $\frac{3+\sqrt{3}}{2} < a < 2 + \frac{\sqrt{10}}{2}$ و $\frac{3-\sqrt{10}}{2} < b < \frac{4-\sqrt{3}}{2}$:

لدينا : (1) $3 < a+b < 4$ و (2) $\sqrt{3} < a-b < \sqrt{10}$...

من (1) و (2) ينتج أن :

$$3 + \sqrt{3} < a+b+a-b < 4 + \sqrt{10}$$

$$3 + \sqrt{3} < 2a < 4 + \sqrt{10}$$

$$\frac{1}{2} \times (3 + \sqrt{3}) < \frac{1}{2} \times 2a < \frac{1}{2} \times (4 + \sqrt{10})$$

$$\frac{3 + \sqrt{3}}{2} < a < 2 + \frac{\sqrt{10}}{2}$$

الأستاذ

معناه :

مخوخ

$$\boxed{\frac{3 + \sqrt{3}}{2} < a < 2 + \frac{\sqrt{10}}{2}}$$

مخوخ

ومنه :

لدينا : (1) $3 < a+b < 4$ و (2) $\sqrt{3} < a-b < \sqrt{10}$ أي :

$$-\sqrt{10} < -(a-b) < -\sqrt{3} \quad \text{اذن : (2) } -\sqrt{10} < -a+b < -\sqrt{3}$$

من (1) و (2) ينتج أن :

$$3 + (-\sqrt{10}) < (a+b) + (-a+b) < 4 + (-\sqrt{3})$$

معناه : $3 - \sqrt{10} < a+b-a+b < 4 - \sqrt{3}$ اذن : $3 - \sqrt{10} < 2b < 4 - \sqrt{3}$

$$\frac{1}{2} (3 - \sqrt{10}) < \frac{1}{2} \times 2b < \frac{1}{2} (4 - \sqrt{3})$$

الأستاذ مخوخ

$$\boxed{\frac{3 - \sqrt{10}}{2} < b < \frac{4 - \sqrt{3}}{2}}$$

ومنه :