

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

ثانوية العربي عبد القادر - بوقيرات

امتحان تجريبي لشهادة البكالوريا

دورة: ماي 2026

الشعبة: تسيير واقتصاد

المدة: 3 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي عدد السيارات (بالآلاف) لأحد وكالات استيراد السيارات بين سنتي 2002 إلى 2009.

السنة	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد السيارات y_i (بالآلاف)	4, 5	4, 9	5, 5	5, 2	5, 7	6	6, 8	7, 4

(1) مثل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i; y_j)$ في معلم متعامد

(1cm على محور الفواصل تمثل سنة واحدة ، 1cm على محور التراتيب يمثل ألف سيارة)

(2) عين إحداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها.

(3) بين أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل: $y = 0,38x + 4$.

(4) باستعمال التمثيل الخطي السابق عين عدد السيارات التي تستورد سنة 2027.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{7}{9}u_n + 1$.

(1) (ا) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < \frac{9}{2}$.

(ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ، ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{1}{3}u_n - \frac{3}{2}$.

(ا) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{7}{9}$ ثم أحسب حدها الأول v_0 .

(ب) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

(ج) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n + \frac{9}{2}$ ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(3) أحسب بدلالة n المجموعين S_n و T_n حيث: $S_n = \frac{1}{3}u_0 + \frac{1}{3}u_1 + \dots + \frac{1}{3}u_n$

و $T_n = \frac{6}{2u_0 - 9} + \frac{6}{2u_1 - 9} + \dots + \frac{6}{2u_n - 9}$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

ليكن في $\mathbb{R}$ كثير حدود $P(x)$ حيث: $P(x) = 2x^3 - x^2 - 4050x + 2025$.

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (2x - 1)(x^2 - 2025)$ ، ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$.

(2) استنتج حلول المعادلتين:

(أ) $(2 \log x)^3 - (\log x)^2 - 4050 \log x + 2025 + 0$ حيث $x > 0$.

(ب) $2e^{3x} - e^{2x} - 4050e^x + 2025$.

(3) حل في المجال $]0; +\infty[$ المتراحة: $(2 \ln(x) - 1)((\ln x)^2 - 2025) \leq 0$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(أ) الجدول المقابل هو جدول تغيرات الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$$g(x) = 3x^3 - 2 + 4 \ln x$$

(1) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا حيث: $0.9 < \alpha < 1$.

(2) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]0; +\infty[$.

(II) الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = 3x - 2 - \frac{2 \ln x}{x^2}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (تؤخذ وحدة الطول $2cm$).

(1) أحسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، يعطى: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$.

(2) (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 3x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(3) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) ليكن (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة x_0 معادلته $y = 3x - 2 - e^{-1}$ ، أحسب x_0 .

(4) أرسم كلا من (Δ) و (C_f) . (تؤخذ $f(\alpha) = 0.9$).

(5) الدالة H المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $H(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$.

(أ) بين أن H دالة أصلية للدالة: $x \mapsto -\frac{\ln x}{x^2}$.

(ب) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين الذين معادلتهما $x = e$ و $x = 1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

-/1 (u_n) متتالية حسابية معرفة بـ أساسها $r = \ln 2$ و $u_1 = \ln 4$ عبارة u_n بدلالة n هي:

(أ) $u_n = \ln(4) + n \ln(2)$ (ب) $u_n = (n+1) \ln(2)$ (ج) $u_n = \ln(4) - n \ln(2)$

-/2 مجموعة حلول المعادلة $1 - 4e^{-2x} = 0$ في $\mathbb{R}$ هي:

(أ) $S = \{\ln 2\}$ (ب) $S = \{-\ln 2\}$ (ج) $S = \left\{-\frac{1}{8}\right\}$

-/3 القيمة المتوسطة m للدالة f المعرفة على $[0; \ln 2]$ بـ: $f(x) = \frac{\ln(2)e^x}{e^x + 1}$ هي :

(أ) $m = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$ (ب) $m = -\ln\left(\frac{3}{2}\right)$ (ج) $m = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$

-/4 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(3x)}{1 + 3 \ln x}$ هي:

(أ) 0 (ب) 1 (ج) $\frac{1}{3}$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي نسبة نجاح في امتحان شهادة البكالوريا لشعبة التسيير والإقتصاد بثانوية في الفترة من سنة 2019 إلى 2023.

السنة	2019	2020	2021	2022	2023
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
النسبة المئوية y_i	33.1	36.8	41	41.1	44.1
$z_i = \ln y_i$					

(1) (أ) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O(0; 30)$ (ب) $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 1% على محور الترتيب).

(ب) عين إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$.

(2) لتكن $y = ax + b$ معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; y_i)$. بين أن $a = 2.63$ ثم أحسب قيمة b .

(3) (أ) أكمل السطر الأخير من الجدول أعلاه. (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

(ب) بين أن معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; z_i)$ هي: $z = 0.07x + 3.46$.

(ج) عبر عن y بدلالة x .

(4) من بين التعديلين السابقين ، ماهو التعديل الذي يعطي أكبر نسبة نجاح في سنة 2026.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية الهندسية المعرفة على $\mathbb{N}$ حدودها موجبة تماما أساسها q وحدها الأول u_0 حيث:

$$\begin{cases} \ln u_1 + \ln u_2 = -12 \\ \ln u_2 - \ln u_4 = 4 \end{cases}$$

(1) (أ) بين أن: $q = e^{-2}$ و $u_0 = e^{-3}$.
(ب) عبر عن u_n بدلالة n .

(2) (أ) أحسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.
(ب) عين قيمة العدد الطبيعي n حيث $S_n = e^{-5}(e^{-2} + 1)$

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \ln u_n$

(أ) أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $r = -2$ يطلب حساب حدها الأول v_0 .
(ب) أحسب بدلالة n المجموع T_n حيث: $T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.
(ج) عين قيمة العدد الطبيعي n حيث $T_n = -143$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{4e^{-x}}{e^{-x} + 1}$
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = \frac{4}{e^x + 1}$

(ب) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.

(ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $\Omega(0; -1)$

(ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(-x) + f(x) = -2$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر.

(د) أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) في نفس المعلم.

(4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x = 0$ ، $x = -\ln 3$ و $y = 0$.

(5) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(|x|)$ و (C_h) منحناها البياني في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(أ) بين أن h دالة زوجية.

(ب) اعتمادا على المنحنى (C_f) اشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) ، ثم ارسمه في نفس المعلم السابق

التصحيح النموذجي للموئود الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

(1) تمثيل مساحة النقطة $M_i(x_i, y_i)$:



(2) لحساب $\bar{x}$ و $\bar{y}$ باستخدام:

$$\bar{x} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 x_i = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8}$$

$$\bar{x} = 4,5$$

$$\bar{y} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 y_i = \frac{4,5+4,9+5,5+5,2+5,7+6,8+7,4+7,9}{8}$$

$$\bar{y} = 5,75$$

(3) معادلة مستقيم الانحدار بالكرجحات

الدنيا من الشكل $y = ax + b$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^8 x_i y_i - n \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^8 (x_i - \bar{x})^2}$$

$x_i y_i$	4,5	9,8	16,5	20,8	28,5	36	47,6	59,2
$(x_i - \bar{x})^2$	12,25	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	12,25

$$a = \frac{4,5+9,8+16,5+20,8+28,5+36+47,6+59,2-8 \times 4,5 \times 5,75}{12,25+6,25+2,25+0,25+0,25+2,25+6,25+12,25}$$

$$= \frac{15,9}{42} = 0,38$$

ولدينا: G تسعى الى y يعني:

$$b = \bar{y} - a \bar{x} = 5,75 - 0,38 \times 4,5$$

$$b = 4$$

ومنه:

$$y = 0,38x + 4$$

(4) بحسب رتبة السنة 2027

$$n = 2027 - 2002 + 1 = 26$$

$$y = 0,38 \times 26 + 4 = 13,88$$

ومنه عدد السيارات التي ستورد سنة 2027

في 13,88 ألف سيارة.

التمرين الثاني (5 نقاط)

(1) أ- من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n < \frac{9}{2}$

• من أجل $n=0$: $U_0 < \frac{9}{2}$ أي $3 < \frac{9}{2}$ ومنه

$P(0)$ صحيحة.

• نفرض أن الخاصية $P(n)$ صحيحة من أجل

n عدد طبيعي كافي وسنثبتها من أجل $n+1$

لدينا: $U_n < \frac{9}{2}$ ومنه: $\frac{7}{9} U_n < \frac{7}{2} \times \frac{9}{9}$ ومنه:

$$U_{n+1} < \frac{9}{2} \quad \text{ومنه:} \quad 1 + \frac{7}{9} U_n < \frac{7}{2} + 1$$

ومنه $P(n+1)$ صحيحة.

• من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n < \frac{9}{2}$

ب- من أجل كل عدد طبيعي n :

$$U_{n+1} - U_n = \frac{7}{9} U_n + 1 - U_n = \frac{7U_n + 9 - 9U_n}{9}$$

$$= \frac{9 - 2U_n}{9}$$

لدينا: $U_n < \frac{9}{2}$ ومنه $9 - 2U_n > 9 - 9$ ومنه

$$U_{n+1} - U_n > 0 \quad \text{أي} \quad 9 - 2U_n > 9 - 9$$

ومنه الكسالية (U_n) متزايدة مآما.

• الكسالية (U_n) متقاربة لأنها محدودة من الأعلى ومتزايدة مآما.

(2) من أجل كل عدد طبيعي n :

$$V_{n+1} = \frac{1}{3} U_{n+1} - \frac{3}{2} = \frac{1}{3} \left(\frac{7}{9} U_n + 1 \right) - \frac{3}{2}$$

$$= \frac{7}{9} \times \frac{1}{3} U_n + \frac{1}{3} - \frac{3}{2} = \frac{7}{9} \times \frac{1}{3} U_n - \frac{7}{6}$$

$$= \frac{7}{9} \times \frac{1}{3} U_n - \frac{7}{9} \times \frac{9}{6} = \frac{7}{9} \left(\frac{1}{3} U_n - \frac{3}{2} \right)$$

$$V_{n+1} = \frac{7}{9} V_n$$

ومنه (V_n) متسلسلة هندسية أساسها $q = \frac{7}{9}$

$$V_0 = \frac{1}{3} U_0 - \frac{3}{2} = \frac{1}{3} \times 3 - \frac{3}{2}$$

$$V_0 = -\frac{1}{2}$$

ب- عبارة الحد العام V_n بدلالة n :

$$V_n = V_0 \times q^n = -\frac{1}{2} \left(\frac{7}{9} \right)^n$$

ج- من أجل كل عدد طبيعي n :

$$V_n + \frac{3}{2} = \frac{1}{3} U_n \quad \text{ومنه:} \quad V_n = \frac{1}{3} U_n - \frac{3}{2}$$

$$2(\log x)^3 - (\log x)^2 - 4050 \log x + 2025 = 0 \quad (2)$$

نضع : $y = \log x$

$$2y^3 - y^2 - 4050y + 2025 = 0$$

$$P(y) = 0$$

$$y = \frac{1}{2} \text{ أو } y = 45 \text{ أو } y = -45$$

$$\log x = \frac{1}{2} \text{ أو } \log x = 45 \text{ أو } \log x = -45$$

$$x = 10^{\frac{1}{2}} \text{ أو } x = 10^{45} \text{ أو } x = 10^{-45}$$

"لها" هي اللوغاريتم العشري.

$$S' = \{ \sqrt{10}, 10^{-45}, 10^{45} \}$$

$$2e^{3x} - e^{2x} - 4050e^x + 2025 = 0$$

$$t = e^x$$

$$2t^3 - t^2 - 4050t + 2025 = 0$$

$$P(t) = 0$$

$$t = \frac{1}{2} \text{ أو } t = 45 \text{ أو } t = -45$$

$$e^x = \frac{1}{2} \text{ أو } e^x = 45 \text{ أو } e^x = -45$$

$$x = \ln(\frac{1}{2}) \text{ أو } x = \ln(45)$$

$$S'' = \{ \ln(\frac{1}{2}), \ln(45) \}$$

$$(2\ln x - 1)((\ln x)^2 - 2025) < 0 \quad (3)$$

$$(2\ln x - 1)((\ln x)^2 - 2025) = 0$$

نجد المعادلة بوضع : $\ln x = z$

$$(2z - 1)(z^2 - 2025) = 0$$

$$z = \frac{1}{2} \text{ أو } z = 45 \text{ أو } z = -45$$

$$\ln x = \frac{1}{2} \text{ أو } \ln x = 45 \text{ أو } \ln x = -45$$

$$x = e^{\frac{1}{2}} \text{ أو } x = e^{45} \text{ أو } x = e^{-45}$$

x	0	e^{-45}	$e^{\frac{1}{2}}$	e^{45}	$+\infty$
$2\ln x - 1$	-	-	0	+	+
$\ln x - 45$	-	-	-	0	+
$\ln x + 45$	-	0	+	+	+
$P(\ln x)$	-	0	+	0	+

$$S''' =]0, e^{-45}] \cup [e^{\frac{1}{2}}, e^{45}]$$

$$U_n = 3V_n + \frac{9}{2}$$

و منه :

$$U_n = -\frac{3}{2} \left(\frac{7}{9} \right)^n + \frac{9}{2}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{3}{2} \left(\frac{7}{9} \right)^n + \frac{9}{2} \right) = \frac{9}{2}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{7}{9} \right)^n = 0 \quad \text{لأن } -1 < \frac{7}{9} < 1 \quad (3)$$

$$S_n = \frac{1}{3} U_0 + \frac{1}{3} U_1 + \dots + \frac{1}{3} U_n$$

$$\text{لدينا : } \frac{1}{3} U_n = V_n + \frac{9}{2}$$

$$S_n = (V_0 + \frac{9}{2}) + (V_1 + \frac{9}{2}) + \dots + (V_n + \frac{9}{2})$$

$$= (V_0 + V_1 + \dots + V_n) + \underbrace{\frac{9}{2} + \frac{9}{2} + \dots + \frac{9}{2}}_{n+1 \text{ مرة}}$$

$$= V_0 \cdot \frac{1 - 9^{n+1}}{1 - 9} + \frac{9}{2} (n+1)$$

$$= -\frac{1}{2} \left(\frac{1 - \left(\frac{7}{9} \right)^{n+1}}{1 - \frac{7}{9}} \right) + \frac{9}{2} (n+1)$$

$$S_n = -\frac{9}{4} \left(1 - \left(\frac{7}{9} \right)^{n+1} \right) + \frac{9}{2} (n+1)$$

$$T_n = \frac{6}{2U_0 - 9} + \frac{6}{2U_1 - 9} + \dots + \frac{6}{2U_n - 9}$$

$$\frac{6}{2U_n - 9} = \frac{1}{V_n} = -2 \left(\frac{9}{7} \right)^n \quad \text{لدينا :}$$

$$T_n = -2 \left(\frac{\left(\frac{9}{7} \right)^{n+1} - 1}{\frac{9}{7} - 1} \right) = -7 \left(\left(\frac{9}{7} \right)^{n+1} - 1 \right)$$

التمرين الثالث : (4 نقاط)

1) متأكد كد عدد حقيقي : x

$$(2x-1)(x^2-2025) = 2x^3 - 4050x - x^2 + 2025$$

$$= 2x^3 - x^3 - 4050x + 2025$$

$$= P(x)$$

حل المعادلة : $P(x) = 0$

$$(2x-1)(x^2-2025) = 0$$

نكافئ :

$$2x-1=0 \text{ أو } x^2-2025=0$$

$$2x=1 \text{ أو } x^2=2025$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ أو } x = 45 \text{ أو } x = -45$$

$$S = \{ \frac{1}{2}, -45, 45 \}$$

التحريك النموذجي للموقع الثاني

التحريك الأول: (04 نقاط)

12 |1| مائة هي (ب)

التحليل: من أجل عدد طبيعي n :

$$U_n = U_1 + (n-1)r = \ln(4) + (n-1)\ln(2)$$

$$= 2\ln 2 + \ln(2)n - \ln(2)$$

$$= \ln(2) + n\ln(2) = (n+1)\ln(2)$$

12 |2| مائة هي (أ)

التحليل: $2 - 4e^{-2x} = 0$ معنا 0

$$-2x = \ln\left(\frac{1}{4}\right) \quad \text{معنا } e^{-2x} = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{2}\ln(4) \quad \text{معنا } x = -\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$x = \ln(2) \quad \text{معنا } x = \ln(\sqrt{4})$$

13 |1| مائة هي (أ')

$$m = \frac{1}{\ln(2)-0} \int_0^{\ln(2)} \frac{\ln(2) \cdot e^x}{e^x + 1} dx \quad \text{التحليل:}$$

$$= \frac{\ln(2)}{\ln(2)} \int_0^{\ln(2)} \frac{e^x}{e^x + 1} dx = \left[\ln(e^x + 1) \right]_0^{\ln(2)}$$

$$= \ln(e^{\ln(2)} + 1) - \ln(e^0 + 1) = \ln(2+1) + \ln(1+1)$$

$$= \ln(3) - \ln(2) = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

14 |1| مائة هي (ج)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(3x)}{1 + 3\ln(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(3) + \ln(x)}{1 + 3\ln(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{\ln 3}{\ln x} + 1\right) \ln x}{\left(\frac{1}{\ln x} + 3\right) \ln x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\ln 3}{\ln x} + 1}{\frac{1}{\ln x} + 3} = \frac{1}{3}$$

التحريك الثاني: (04 نقاط)

12 |1| - تمثيل مساحة النقطة $M_i(x_i, y_i)$



(ب) 1 حدانياً = النقطة $G(\bar{x}, \bar{y})$

$$\bar{x} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 y_i = \frac{33,1+36,8+41+41,1+44,1}{5} = 39,22$$

أذن: $G(3; 38,62)$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{معنا } a = 2,63$$

$$= \frac{33,1+73,6+123+164,4+205-5 \times 3 \times 39,22}{4+1+0+1+4}$$

$$= \frac{26,3}{10} = 2,63$$

حساب قسمة b :

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 39,22 - 2,63 \times 3$$

$$b = 31,33$$

$$y = 2,63x + 31,33 \quad \text{أذن:}$$

13 |1| كمالات الحد و:

y_i	33,1	36,8	41	41,1	44,1
$Z_i = \ln y_i$	3,50	3,61	3,71	3,72	3,79

(ب) 1 حدانياً = أذن: $Z = 0,07x + 3,46$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i Z_i - 5 \cdot \bar{x} \cdot \bar{Z}}{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\bar{Z} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 Z_i = \frac{3,5+3,61+3,71+3,72+3,79}{5}$$

$$\bar{Z} = 3,67$$

$$a = \frac{3,5+7,22+11,13+14,88+18,95-5 \times 3 \times 3,67}{10}$$

$$a = 0,07$$

$$b = \bar{Z} - a\bar{x} = 3,67 - 0,07 \times 3$$

$$b = 3,46$$

أذن معادلة الكسح من السطر:

$$Z = 0,07x + 3,46$$

ب) لنبدأ: $Z = 0,07x + 3,46$

$$y = e^{0,07x + 3,46} \quad \text{أذن: } \ln y = 0,07x + 3,46$$

جدول التغيرات :

x	0	a			$+\infty$
$f'(x)$			-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(a)$			$+\infty$

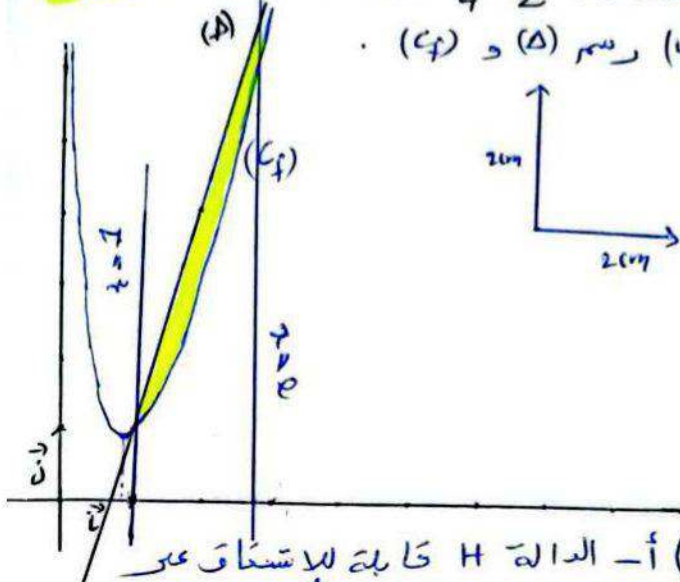
(ج) $f'(x) = 3$ ميل المحاسب (T)

معنا : $\frac{g(x)}{x^2} = 3$ معنا $3x^2 - 2 + 4\ln x = 3x^2$: 0

$x = e^{\frac{1}{2}}$

معنا : $\ln x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$: 0

(4) رسم (د) و (ف) :



(5) أ - الدالة H قابلة للإستنتاج على

$H'(x) = \frac{\frac{1}{2} \cdot x - 1 \cdot (\ln x + 1)}{x^2} :]0; +\infty[$

$= \frac{1 - \ln x - 1}{x^2} = \frac{-\ln x}{x^2}$ م. د. د.

$S = \int_1^e (y - f(x)) dx = \int_1^e 2 \frac{\ln x}{x^2} dx$

$= \left[-\frac{2(1 + \ln x)}{x} \right]_1^e = -2H(e) + 2H(1)$

$= \left(-\frac{4}{e} + 2 \right) \times 4 \text{ cm}^2$

$S = \left(-\frac{16}{e} + 8 \right) \text{ cm}^2$

انتهي التصحيح I (7)

التحريث الرابع : (7 نقاش)

1 الدالة g متزايدة تماماً وصورة على

المجال $[0, 1]$ و $g(0, 9) \times g(1) < 0$

$g(1) = 1$: $g(0, 9) \approx -0, 23$

فإن المعادلة $g(x) = 0$ تحل طردياً

من المجال $]0, 1[$ أي $g(a) = 0$

(2) استارة g(x) على المجال $]0, +\infty[$:

x	0	a	$+\infty$
$g(x)$		-	+

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - 2 - 2 \frac{\ln x}{x^2}) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (3x - 2 - \frac{2}{x^2} \cdot \ln x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [3x - 2 - \frac{2 \ln x}{x^2} - 3x + 2] = 0$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{2 \ln x}{x^2} = 0$

لذا انقسم (د) ذو المعادلة $y = 3x - 2$

مقارب مائل لـ (ف) بـ $x \rightarrow +\infty$

لذا ندرس إشارة $f(x) - y = 0$ معنا :

$-\frac{2 \ln x}{x^2} = 0$ معنا : $\ln x = 0$: $x = 1$ معنا : $(-\frac{2}{x^2} \neq 0)$

نم	0	1	$+\infty$
$f(x) - y$		+	-
الوضع النبي		(ف) فوق (د) (ف) يعبر (د) في $M(1; 1)$ (ف) تحت (د)	

(3) أ من أجل كل x من $]0, +\infty[$:

$f'(x) = 3 - \frac{2}{x} \cdot x^2 - 2x \cdot (2 \ln x)$

$= 3 - \frac{2x}{x \cdot x^3} - 4x^2 \ln x = 3 - \frac{2 - 4 \ln x}{x^3}$

$= \frac{3x^3 - 2 + 4 \ln x}{x^3} = \frac{g(x)}{x^3}$

بم إشارة f'(x) من إشارة g(x)

x	0	a	+
$f'(x)$		-	+

الدالة f متزايدة تماماً على $]0, a[$

الدالة f متزايدة تماماً على $]a, +\infty[$

$$n = 2026 - 2019 + 1 = 8$$

نقوم في معادلة التعديل الأول :

$$y = 2,63 \times 8 + 31,33 = 52,37$$

ثم نقوم في معادلة التعديل الثاني :

$$y = e^{0,07 \times 8 + 3,46} = 55,70\%$$

التعديل الذي يعطى أكبر نسبة نجاح هو التعديل الثاني .

التسريع الثالث : 05 نشاط

$$U_0 = e^{-3} \text{ و } q = e^{-2}$$

لدينا (U_n) متسلسلة هندسية صناد : $U_n = U_0 \times q^n$

$$U_1 = U_0 \times q^1 ; U_2 = U_0 \times q^2 ; U_4 = U_0 \times q^4$$

بالتعويض في المعادلة :

$$h(U_0 \times q^1) + h(U_0 \times q^2) = -12$$

$$h(U_0 \times q^2) + h(U_0 \times q^4) = 4$$

$$\text{معادلة : } h(U_0) + hq + h(U_0) + hq^2 = -12$$

$$h(U_0) + hq^2 - h(U_0) - hq^4 = 4$$

$$\text{نتكافئ : } \begin{cases} 2h(U_0) + hq + 2hq^2 = -12 \\ 2hq - 4hq = 4 \end{cases}$$

$$2hq - 4hq = 4$$

$$\text{معادلة : } \begin{cases} 2h(U_0) + 3hq = -12 \quad (1) \\ -2hq = 4 \end{cases}$$

$$-2hq = 4$$

$$\text{معادلة : } hq = -2 \text{ معادلة : } q = e^{-2}$$

بالتعويض في (1) نجد :

$$2h(U_0) + 3h(e^{-2}) = -12$$

$$2h(U_0) - 6 = -12$$

$$h(U_0) = -3 \text{ معادلة :}$$

$$U_0 = e^{-3} \text{ معادلة :}$$

بالتعويض في معادلة U_n نجد :

$$U_n = e^{-3} \times (e^{-2})^n = e^{-3} \times e^{-2n}$$

$$U_n = e^{-3-2n}$$

$$S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

$$= U_1 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) = e^{-5} \left(\frac{e^{-2n} - 1}{e^{-2} - 1} \right)$$

$$S_n = \frac{e^{-5}}{e^{-2} - 1} (e^{-2n} - 1)$$

$$S_n = e^{-5} (e^{-2n} - 1) \text{ معادلة :}$$

$$\frac{e^{-5}}{e^{-2} - 1} (e^{-2n} - 1) = e^{-5} (e^{-2n} - 1)$$

$$e^{-2n} - 1 = (e^{-2} - 1) (e^{-2n} - 1)$$

$$e^{-2n} - 1 = e^{-4} - 1 \text{ معادلة :}$$

$$-2n = -4 \text{ معادلة :}$$

$$n = 2$$

-1/3

من أجل كل عدد صحيح n :

$$V_{n+1} = h(U_{n+1}) = h(e^{-2} U_n)$$

$$= h(e^{-2}) + h(U_n) = -2 + V_n$$

دالة (V_n) حسابية أساسها $r = -2$

$$U_{n+1} = e^{-2} U_n \text{ (لأنها متسلسلة هندسية أساسها } q = e^{-2} \text{)}$$

$$V_0 = h(U_0) = h(e^{-3}) = -3$$

بالتعويض في المجموع T_n :

$$T_n = \frac{(n+1)(V_0 + V_n)}{2} \text{ و } V_n = -3 - 2n$$

$$= \frac{(n+1)(-3 - 3 - 2n)}{2} = \frac{(n+1)(-6 - 2n)}{2}$$

$$T_n = (n+1)(-3 - n) = -n^2 - 4n - 3$$

$$T_n = -143 \text{ معادلة :}$$

$$-n^2 - 4n - 3 = -143$$

$$-n^2 - 4n + 140 = 0$$

$$\Delta = 576 > 0$$

للمعادلة حلان :

$$n = \frac{4 + 24}{-2} = -14 \text{ صفرية}$$

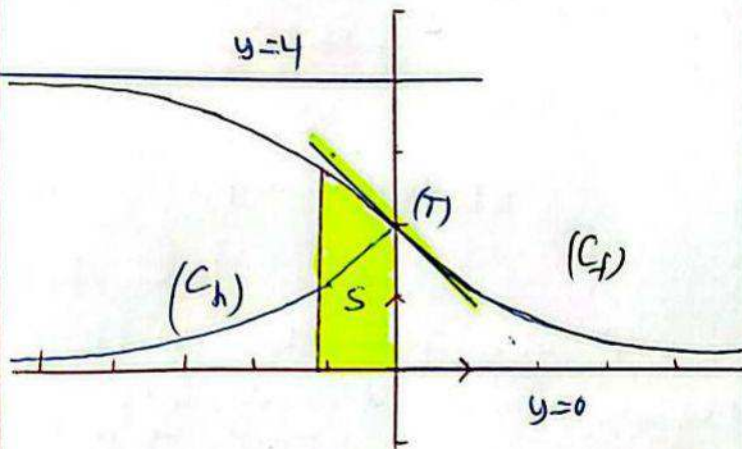
أو

$$n = \frac{4 - 24}{-2} = 10$$

$$f(-x) + f(x) = \frac{4e^x + 4}{e^x + 1} = \frac{4(e^x + 1)}{e^x + 1} = 4$$

$$f(2) + f(0) = 2 \times 2$$

لذا: (C_f) يعبر مركز تناظر $w(0;2)$
 د/ رسم (C_f) و (D) .



$$S = \int_{-\ln 3}^0 f(x) dx = 4 \int_{-\ln 3}^0 \frac{e^{-x}}{e^x + 1} dx = -4 \int_{-\ln 3}^0 \frac{-e^{-x}}{e^x + 1} dx$$

$$= [-4 \ln(e^x + 1)]_{-\ln 3}^0 = -4 \ln(2) + 4 \ln(4)$$

$$= -4 \ln 2 + 8 \ln 2 = 4 \ln(2) \text{ u.a}$$

5/ أ- من أي كد x مع $\mathbb{R}$; $-x$ مع $\mathbb{R}$:

$$h(-x) = f(-x) = f(|x|) = h(x); |x| = |x|$$

ومنه الدالة h زوجية.

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & ; x \geq 0 \\ f(-x) & ; x \leq 0 \end{cases}$$

(C_h) ينطبق على (C_f) كما $x \geq 0$ ونقير

(C_f) بالنسبة لصور الترتيب كما $x \leq 0$

انتهى التصحيح II

التمرين الرابع: (7 نقاط)

1/ أ- من أي كد عدد حقيقي x

$$f(x) = \frac{4e^x}{e^x + 1} = \frac{4e^{-x} e^x}{(e^{-x} + 1)e^x} = \frac{4e^{-x} e^x}{e^{-x} e^x + e^x}$$

$$= \frac{4}{1 + e^x} = \frac{4}{e^x + 1}$$

$$e^{-x} \cdot e^x = 1 \text{ مطابقة}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4e^{-x}}{e^x + 1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{e^x + 1} = 4$$

التفسير الهندسي: (4) يعبر مستقيم مقارب

بجوار $y=0$ مع معادته $y=0$ ومستقيم مقارب

بجوار $y=4$ مع معادته $y=4$

$$f'(x) = 4 \left(\frac{-e^x}{(e^x + 1)^2} \right) = \frac{-4e^x}{(e^x + 1)^2} < 0$$

$$\left(\frac{1}{u} \right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

ومنه الدالة f متناقصة تمامًا على $\mathbb{R}$
 محور التغيرات:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		
$f(x)$	4	0

$$f(x) = 0 \quad \text{معناه: } (C_f) \cap (xx) = \emptyset$$

$$S = \emptyset \quad \text{معناه: } \frac{4}{e^x + 1} = 0$$

لا توجد أي نقطة تقاطع (C_f) مع (xx) .

ب/ معادلة المماس (T) للحنين (C_f)

عند $x \in]-1; 0[$:

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$y = -4x + 2; f'(0) = \frac{-4e^0}{(e^0 + 1)^2} = \frac{-4}{4} = -1$$

ج/ من أي كد عدد حقيقي x

$$f(-x) + f(x) = \frac{4}{e^{-x} + 1} + \frac{4}{e^x + 1} = \frac{4e^x}{e^x + 1} + \frac{4}{e^x + 1}$$