

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

الدورة: 2026

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية ، فنون

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عدنان طبيعيان حيث: $a=5678$ و $b=1234$

(1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 9 لكل من العددين a و b

ب) تحقق أن: $a \equiv -1[9]$

ج) استنتج أن العددين a^2 و b متوافقان بترديد 9

(2) بيّن أن العدد $3a^2 + 2b^3 + 4$ يقبل القسمة على 9

(3) أ) برّر أن: $7a^{2026} + b^{1447} \equiv 8[9]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $7a^{2026} + b^{1447} + n + 1 \equiv 0[9]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية أساسها r وحدها الأول u_0 حيث: $u_1=7$ و $u_2+u_3+u_4=69$

(1) بيّن أن: $u_3=23$ و $r=8$

(2) أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=8n-1$ وحدّد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

ب) بيّن أن العدد 791 هو حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثمّ عيّن رتبته.

(3) نضع: من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

أ) بيّن أن: $S_n = 4n^2 + 3n - 1$

ب) عيّن قيمة n حتى يكون $S_n = 350$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2$ و (c_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{1}{2}x(x-4)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المنحني (c_f) يقبل نقطة انعطاف A ، يُطلب تعيين إحداثيها.

ب) بين أن: $y = -2x + \frac{4}{3}$ هي معادلة لـ (T) مماس المنحني (c_f) في النقطة التي فاصلتها 2

(4) أ) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x) = 0$

ب) احسب $f(-1)$ ، $f(7)$ ثم ارسم (T) و (c_f)

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عدنان طبيعيان حيث: $a = 2026$ و $b = 1447$

(1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكلّ من العددين a و b

ب) بيّن أنّ العدد $5a - 3b$ يقبل القسمة على 7

(2) تحقّق أنّ: $a^3 \equiv -1[7]$ ثمّ بيّن أنّ: $a^{2976} \equiv 1[7]$ ، لاحظ أنّ: $2976 = 3 \times 992$

(3) أ) تحقّق أنّ: $a^{2976} + b + 50 \equiv 0[7]$

ب) استنتج قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $a^{2976} + b + n + 1 \equiv 0[7]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_n = 3 \times 2^n$

(1) احسب كلّاً من u_0 ، u_1 ، u_2 ثمّ خمن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

(2) أ) بيّن أنّ (u_n) متتالية هندسية أساسها 2 وحدّد اتجاه تغيّرها.

ب) بيّن أنّ العدد 1536 هو حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثمّ عيّن رتبته ، لاحظ أنّ: $512 = 2^9$

(3) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n ،

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n \text{ و } T_n = u_0 + (1 + u_1) + (2 + u_2) + \dots + (n + u_n)$$

$$- \text{ احسب } S_n \text{ بدلالة } n \text{ ثمّ بيّن أنّ: } T_n = 3 \times 2^{n+1} + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n - 3$$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ و f' دالتها المشتقة ، (c_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$) و (T) مماس للمنحني (c_f) في النقطة $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ ، كما هو موضّح في الشكل.

(1) بقراءة بيانية:

أ) عيّن كلّاً من: $f(-2)$ ، $f(1)$ ، $f'(-2)$ ، $f'(1)$

ب) ماهو عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟

ج) حدّد اتجاه تغيّر الدالة f على $[-4; 3]$

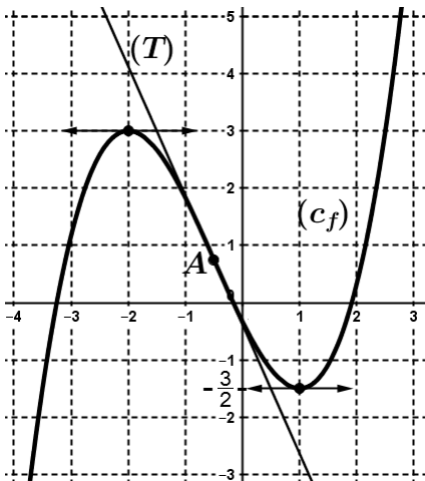
(2) نفرض أنّ: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{1}{3}$

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

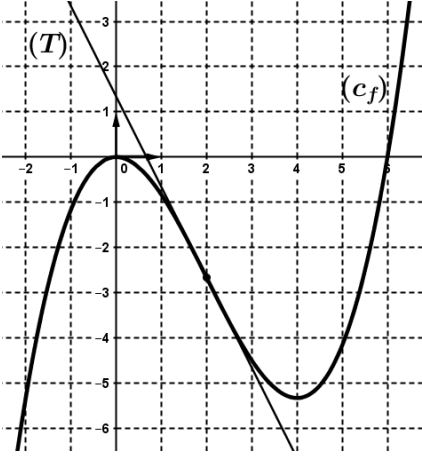
ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = (x-1)(x+2)$

ج) شكّل جدول تغيّرات الدالة f

د) تحقّق أنّ A هي نقطة انعطاف لـ (c_f) وبيّن أنّ معادلة (T) هي: $y = -\frac{9}{4}x - \frac{3}{8}$



العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)																	
العلامة	مجزأة																		
التمرين الأول (06 نقاط)																			
4	1×2	أ) $a = 630 \times 9 + 8$ ، باقي القسمة الإقليدية لـ a على 9 هو 8 $b = 137 \times 9 + 1$ ، باقي القسمة الإقليدية لـ b على 9 هو 1	(1)																
	1	ب) $a \equiv 8[9]$ أي $a + 1 \equiv 0[9]$ ومنه: $a \equiv -1[9]$																	
	1	ج) $a^2 \equiv 1[9]$ و $b \equiv 1[9]$ ومنه : $a^2 \equiv b[9]$																	
1	1	$3a^2 + 2b^3 + 4 \equiv 0[9]$ أي $3a^2 + 2b^3 + 4 \equiv 3 + 2 + 4[9]$	(2)																
1	0,5	أ) $7a^{2026} + b^{1447} \equiv 8[9]$ أي $7a^{2026} + b^{1447} \equiv 7 + 1[9]$	(3)																
	0,5	ب) $7a^{2026} + b^{1447} + n + 1 \equiv 0[9]$ أي $n \equiv 0[9]$ ، n مضاعف لـ 9																	
التمرين الثاني (06 نقاط)																			
2	1×2	$r = 8$ ، $u_3 = 23$	(1)																
3	1	أ) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = 8n - 1$	(2)																
	0,5	المتتالية (u_n) متزايدة تماما.																	
	0,5+1	ب) $u_n = 791$ يعني $n = 99$ ، الرتبة: 100																	
1	0,5	أ) $S_n = 4n^2 + 3n - 1$	(3)																
	0,5	ب) $4n^2 + 3n - 351 = 0$ تعني $n = 9$																	
التمرين الثالث (08 نقاط)																			
1	0,5×2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	(1)																
3	1	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{1}{2}x(x-4)$	(2)																
	0,5	ب) إشارة $f'(x)$																	
	0,5	f متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty ; 0]$ و $[4 ; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0 ; 4]$																	
	1	جدول التغيّرات: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>4</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$-\frac{16}{3}$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	0	$-\frac{16}{3}$	$+\infty$	
x	$-\infty$	0	4	$+\infty$															
$f'(x)$	+	0	-	0	+														
$f(x)$	$-\infty$	0	$-\frac{16}{3}$	$+\infty$															

1,75	0,5 0,25×2	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f''(x) = x - 2$ ، f'' تتعدم وتغير إشارتها عند 2 ، $A\left(2 ; -\frac{8}{3}\right)$ نقطة انعطاف لـ (c_f)	(3)
	0,75	ب) $(T): y = -2x + \frac{4}{3}$	
2,25	0,5×2	أ) للمعادلة $f(x) = 0$ حلان هما: 0 ، 6	(4)
	0,25×2 0,25	ب) $f(7) = \frac{49}{6}$ ، $f(-1) = -\frac{7}{6}$	
	0,5	رسم (T) رسم (c_f) 	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)															
العلامة	مجزأة																
التمرين الأول (06 نقاط)																	
3	1×2	أ) $a=289\times7+3$ ، باقي القسمة الإقليدية لـ a على 7 هو 3 $b=206\times7+5$ ، باقي القسمة الإقليدية لـ b على 7 هو 5	(1)														
	1	ب) $5a-3b\equiv0[7]$ ومنه: $5a-3b$ يقبل القسمة على 7															
2	1	$a^3\equiv6[7]$ ومنه: $a^3\equiv-1[7]$	(2)														
	1	$a^{2976}=(a^3)^{992}\equiv1[7]$															
1	0,5	أ) $a^{2976}+b+50\equiv0[7]$ أي $a^{2976}+b+50\equiv1+5+50[7]$	(3)														
	0,5	ب) $a^{2976}+b+n+1\equiv0[7]$ يعني $a^{2976}+b+n+1\equiv0[7]$ (n مضاعف للعدد 7)															
التمرين الثاني (06 نقاط)																	
2	0,5×4	$u_0=3$ ، $u_1=6$ ، $u_2=12$ ، التخمين: المتتالية (u_n) متزايدة تماما.	(1)														
3	1	أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=2u_n$	(2)														
	0,5	$q>1$ و $u_0>0$ ومنه: المتتالية (u_n) متزايدة تماما.															
	0,5+1	ب) $u_n=1536$ يعني $n=9$ ، الرتبة: 10															
1	0,5	$S_n=3(2^{n+1}-1)$	(3)														
	0,5	$T_n=S_n+\frac{1}{2}n(n+1)=3\times2^{n+1}+\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n-3$															
التمرين الثالث (08 نقاط)																	
3,5	0,5×4	أ) $f'(-2)=0$ ، $f'(1)=0$ ، $f(-2)=3$ ، $f(1)=-\frac{3}{2}$	(1)														
	0,5	ب) للمعادلة $f(x)=0$ ثلاثة حلول.															
	0,5×2	ج) f متزايدة تماما على كل من $[-4;-2]$ و $[1;3]$ ومتناقصة تماما على $[-2;1]$															
4,5	0,5×2	أ) $\lim_{x\rightarrow+\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\rightarrow-\infty}f(x)=-\infty$	(2)														
	1	ب) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=(x-1)(x+2)$															
	1	ج) جدول التغيرات: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>3</td><td>$-\frac{3}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>		x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	3
x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$													
$f'(x)$	+	0	-	0	+												
$f(x)$	$-\infty$	3	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$													

0,5	د) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x) = 2x + 1$	
$0,25 \times 2$	f'' تتعدم وتغير إشارتها عند $-\frac{1}{2}$ ، $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ نقطة انعطاف لـ (c_f)	
0,5	$(T): y = -\frac{9}{4}x - \frac{3}{8}$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.