

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة ، عيّنه مع التبرير .

1/ f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 7x + 1$ ، الدالة f :

(أ) متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ (ب) متناقصة تماما $\mathbb{R}$ (ج) ليست رتيبة .

2/ g الدالة المعرفة على $]-\infty; 2[$ بـ: $g(x) = \frac{4x+5}{x-2}$ ، دالتها المشتقة g' معرفة بـ:

(أ) $g'(x) = \frac{-13}{(x-2)^2}$ (ب) $g'(x) = \frac{13}{(x-2)^2}$ (ج) $g'(x) = \frac{9}{(x-2)^2}$

3/ h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = x^3 - 2x^2 + 5$

(C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم ، معادلة المماس لـ (C_h) عند النقطة ذات الفاصلة 1 هي :

(أ) $y = -x + 3$ (ب) $y = -x - 5$ (ج) $y = -x + 5$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

I g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = ax^3 + bx^2 - 5$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O, \vec{i}, \vec{j}$) .

1/ عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث المنحنى (C_g) يقبل مماسا عند النقطة $A(-1; -4)$ معامل توجيهه هو 0.

2/ * نضع في مايلي : $a = 2$ و $b = 3$

(أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = (x-1)(2x^2 + 5x + 5)$

(ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x) = 0$ ثم أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3+x+6}{x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O, \vec{i}, \vec{j}$) .

1/ (أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -1$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

2/ هل الدالة f تقبل قيم حدية محلية ؟ برر اجابتك .

3/ أعط حصرا للدالة f على المجال $[-3; -2]$.

4/ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

بالعنوان لجميع Δ . (C_f) على المجال $[-4; 5]$ (يعطى $f(-1.5) = 0$) .

المصحح النوعي لفرضه الثاني التلا في الأول في مادة الرياضيات

المستوى: / 02 تقني رياضي

الأستاذ: / بولغيتي عبد السزاق

* التمرين (01): /

1/ (ب) متناقصة تمامًا

2/ التبرير:

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، التما
المشتقة f' هي:

$$f'(x) = -6x^2 + 6x - 7$$

$$\Delta = (6)^2 - 4(-6)(-7)$$

$$= 36 - 168 = -132 < 0$$

وعليه إشارة $f'(x)$ هي إشارة $a = -6$
وهي دائمًا سالبة، أي $f'(x) < 0$ على
وعليه الدالة f متناقصة تمامًا على
 $\mathbb{R}$

$$f' / 2 \quad g'(x) = \frac{-13}{(x-2)^2}$$

التبرير:

الدالة g قابلة للاشتقاق على المجال
[2, +∞)، والتما المشتقة هي:

$$g'(x) = \frac{4(x-2) - (4x+5)}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{4x - 8 - 4x - 5}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{-13}{(x-2)^2}$$

$$/ 3 \quad y = -x + 5 \quad \text{ج}$$

التبرير: الدالة h قابلة للاشتقاق
على $\mathbb{R}$ ، التما المشتقة h' هي:

$$h'(x) = 3x^2 - 4x$$

$$h'(1) = -1$$

$$y = h'(1)(x-1) + h(1)$$

$$= -1(x-1) + 4$$

$$= -x + 1 + 4$$

$$= -x + 5$$

التمرين (02): /

$$I \quad g(x) = ax^3 + bx^2 - 5$$

1/ تعيينية المعاملات الحقيقية a و b ،
لدينا (C_g) يقبل مماسًا عند النقطة

$$A(-1, -4) \text{ معامل توجيهه هو } 0$$

$$أي \quad g'(-1) = 0$$

$$\text{لدينا} \quad g'(x) = 3ax^2 + 2bx = 0$$

$$\text{وهي} \quad g'(-1) = 3a - 2b = 0$$

$$\text{ولدينا} \quad g(-1) = -4$$

$$أي \quad -a + b - 5 = -4$$

$$\text{وهي} \quad -a + b = 1$$

$$\begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ -a + b = 1 \end{cases} \text{ وعليه}$$

$$\begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ -3a + 3b = 3 \end{cases} \text{ وهي}$$

$$\begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ -3a + 3b = 3 \end{cases}$$

$$\text{بالمعنى} \quad b = 3 \text{ وهي} \quad a = 2$$

$$a = 2 \text{ وهي} \quad b = 3$$



$$f(x) = \frac{x^3 + x + 6}{x+1}$$

(II)

1/1
2) الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ - $\{ -1 \}$
والدالة المشتقة f' حيث :

$$f'(x) = \frac{(3x^2 + 1)(x+1) - (x^3 + x + 6)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{3x^3 + 3x^2 + x + 1 - x^3 - x - 6}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{2x^3 + 3x^2 - 5}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

3) استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

لدينا عند أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{ -1 \}$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

وعليه إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		-	-	+

وعليه الدالة f متناقصة تمامًا على المجالين

$]-1; 1[$ و $] -\infty; -1[$ و متزايدة

تمامًا على المجال $[1; +\infty[$

/8

/4

لدينا

$$(x-1)(2x^2 + 5x + 5)$$

$$= 2x^3 + 5x^2 + 5x - 2x^2 - 5x - 5$$

$$= 2x^3 + 3x^2 - 5 = g(x)$$

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$

دعونا : $g(x) = 0$

$$(x-1)(2x^2 + 5x + 5) = 0$$

$$\begin{cases} x+1=0 & \text{ومنه إما} \\ 2x^2 + 5x + 5 = 0 & \text{أو} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 & \text{ومنه} \\ 2x^2 + 5x + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = 25 - 4(2)(5)$$

$$= 25 - 40 = -15 < 0$$

وعليه المعادلة لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$

وعليه حلول المعادلة $g(x) = 0$ هي :

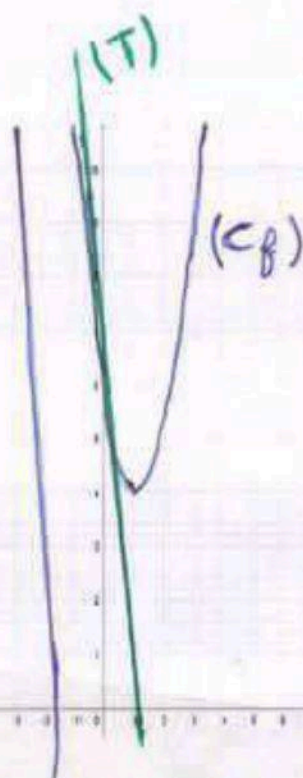
$$S = \{1\}$$

- تعيين إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$		-	+
$2x^2 + 5x + 5$		+	+
$g(x)$		-	+

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		-	- +	
$f(x)$			4	



②
تعد الدالة f تقبل قيمة حدية محلية
صغرى هي 4 عند $x = 1$
التفسير: الدالة f تفقد م عند $x_0 = 1$
مع تغيير x حولها.

③
حصص الدالة f على المجال $[-3; -2]$:
لدينا هنا أن لكل $x \in [-3; -2]$
 $-3 \leq x \leq -2$

والدالة f هنا متصصة فاما على المجال
 $[-3; -2]$ وعلينا $f(-3) \leq f(x) \leq f(-2)$
وعنه $4 \leq f(x) \leq 12$

④
كتابة معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f)
عند النقطة ذات الإحداثيات 0:

$$(T): y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$$(T): y = -5x + 6$$

⑤
إثبات (T) و (C_f) :