

التمرين الأول:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]1, +\infty[\cup]-\infty, 0]$ بـ: $f(x) = x - 1 - \sqrt{\frac{x}{x-1}}$ ،
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3- بين أن: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+1}{x} = -\infty$ ، ماذا تستنتج؟

• فسر النتيجة السابقة هندسيا.

4- أثبت أنه من أجل كل $x \in]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$: $f'(x) = 1 + \frac{1}{2(x-1)^2 \sqrt{\frac{x}{x-1}}}$.

• استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5- أحسب $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

• أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 2$.

6- أثبت أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\alpha \in \left]2, \frac{5}{2}\right[$.

• بين أن $\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha-1}} = \alpha - 1$.

7- بين أن معادلة (T_α) المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = \alpha$ تكتب على الشكل

$$y = \left[1 + \frac{1}{2(\alpha-1)^3}\right](x - \alpha)$$

8- أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمين (Δ) و (D) .

التمرين الثاني:

ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{1\}$ حيث المستقيم $y = 2$: (D) مقارب

لـ (C_f) عند $-\infty$ و $+\infty$ ، (Δ) و (T) مماسين لـ (C_f) عند النقطتين $A\left(3, \frac{11}{2}\right)$ و $B(0, -2)$ و $f(a) = -\frac{5}{2}$.

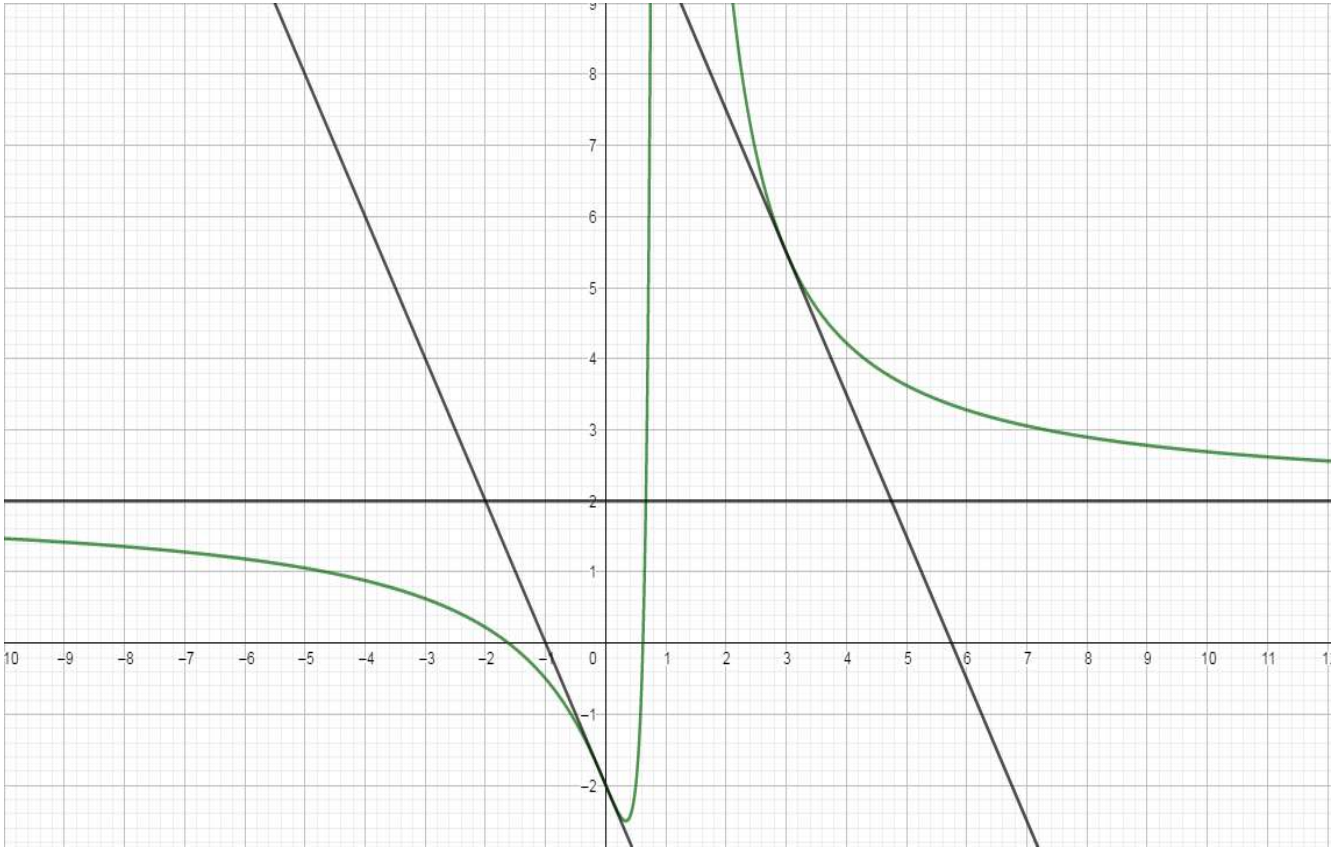
❖ بقراءة بيانية أجب عن ما يلي:

1- هل الدالة f مستمرة على المجال $]-\infty, 1[$ ؟ برر إجابتك.

2- أ- أكتب معادلة كل من (Δ) و (T) .

ب- عين الوضعية النسبية لـ (C_f) و (T) . ماذا تستنتج؟

- 3- أ- عين النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2-f(x)}$ ؛ $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x)$
- ب- عين النهايات التالية: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)+2.5}{h}$ ؛ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)+2}{x}$ ؛ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+2}{x}$
- ج- جد قيمة مقربة للعدد $f(2.999)$
- 4- أ- أكتب جدول تغيرات الدالة f مبينا إشارة مشتقتها.
- ب- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $0.5 < \alpha < 1$ و $-2 < \beta < -1.5$.
- 5- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = -2x + m$.
- 6- أدرس اتجاه تغير الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{0,1\}$ بـ: $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ دون حساب عبارتها.



بالتوفيق

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(-x+6) - 5,5}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x) - g(3)}{x-3}$$

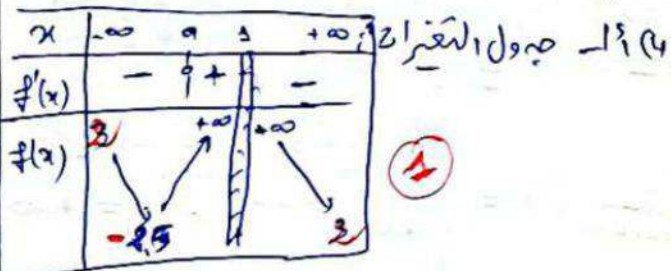
(0,2) = $g'(3) = -f'(3) = 2$

$$g(x) = f(-x+6) \leadsto g(3) = f(3) = 5,5$$

$$g'(x) = -f'(-x+6) \leadsto g'(3) = -f'(3)$$

$$f(2,999) = f(3-0,001) = f(3) + (-0,001) \cdot f'(3)$$

$$= 5,5 - 0,001 \cdot 2 = 5,498$$



1. (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين

بما أن $f(0) = 2$ فنقبل α حيث $-2 < \alpha < 1,5$

2. المتباينة البديلة
 حلول المعادلة $f(x) = -2x + m$ هي فواصل تلك تقاطع
 $y = -2x + m$ مع المستقيمة Γ ذات المعادلة

عدد وسمات الحلول:	قيم m
لمعادلة حل واحد	$m < -2$
لمعادلة حل مزدوج	$m = -2$
لمعادلة حل موجب	$-2 < m < 1,5$
حلان موجبان	$m = 1,5$
3 حلول موجبة	$m > 1,5$

$$(A): y = ax + b \leadsto a = \frac{5,5 - 3,5}{3 - 4} = -2$$

$$b = 10,5 \text{ أي } 5,5 = -2 \times 3 + b$$

$$(A): y = -2x + \frac{23}{2}$$

$$B(0, -2); B'(-1, 0) \in (T)$$

$$a = \frac{0+2}{-1-0} = -2 \quad | \quad b = -2$$

$$(T): y = -2x - 2$$

1. (T) هي مماسة للنقطة $B(0, -2)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
الوضع النقطة	(C_f) يقع تحت (T)	(C_f) على النقطة $B(0, -2)$	(C_f) يقع فوق (T)

1. (C_f) يعبر النقطة $B(0, -2)$ كنقطة القطع.

3. (C_f) تعيد الانعكاس

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - 2}{x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 2}{x} = f'(0) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) + 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f''(0) = 0$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) + 2,5}{h} = f'(a) = 0$$

$$(T_d): y = \left(1 + \frac{1}{2(\alpha-1)^2(\alpha-1)}\right)(x-\alpha)$$

$$(T_d): y = \left(1 + \frac{1}{2(\alpha-1)^3}\right)(x-\alpha)$$

$$(0,2) + (0,2) : 0,4$$

تمرين الثاني: (10 نقاط)

1. f متصلة على المجال $]-\infty, 1[$
 لأن (C_f) يقطع Γ في نقطتين

2. f متصلة معادلة (A) و (T)
 لدينا: $B(3, 0,5)$ و $B'(4, 3,5)$
 (A) و (T)

⑥ - دراسة دالة g بتغير المتغير x

$$g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$$

المتغير x يتغير في المجال $\mathbb{R} - \{0; 1\}$

$$g'(x) = -\frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{أو}$$

نلاحظ:

$$x = \frac{1}{a} \quad \text{أو} \quad \frac{1}{x} = a \quad \text{لما} \quad f'\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

$$\frac{1}{a} > x > 1 \quad \text{أو} \quad a < \frac{1}{x} < 1 \quad \text{لما} \quad f'\left(\frac{1}{x}\right) > 0$$

$$x < 1 \quad \text{أو} \quad \frac{1}{x} > 1 \quad \text{لما} \quad f'\left(\frac{1}{x}\right) < 0$$

$$x > \frac{1}{a} \quad \text{أو} \quad \frac{1}{x} < a$$

x	$-\infty$	0	1	$\frac{1}{a}$	$+\infty$
$f\left(\frac{1}{x}\right)$	-	-	+	0	-
$g'(x)$	+	+	-	0	+

بذلك: الدالة g متناقصة تمامًا في المجال:

$$\boxed{\begin{matrix} a < 1 \\ \frac{1}{a} > 1 \end{matrix}}$$

$$\left] 1, \frac{1}{a} \right] \quad \text{أو}$$

$$\text{في المجال: }]0, 1[\quad \text{و} \quad]-\infty, 0[$$

$$\text{و} \quad \left] \frac{1}{a}, +\infty[$$

النتيجة

