



المستوى الثانية ثانوي تقني رياضي
اختبار الثلاثي الثالث في مادة الرياضيات
2سا

يمنع منعاً باتاً الكتابة باللون الأحمر، التشطيب واستعمال المصحح

التمرين الأول (06 نقطة): اختر الجواب الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل:

(1) إذا كان المثلث ABC متقايس الأضلاع حيث $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{3}$ فإن:

(أ) $\left(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}\right) = \frac{\pi}{3}$ (ب) $\left(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}\right) = -\frac{\pi}{3}$ (ج) $\left(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}\right) = \left(\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CA}\right)$

(2) إذا كان $(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\pi}{8}$ فإن:

(أ) $(-\vec{u}; -\vec{v}) = \frac{17\pi}{8}$ (ب) $(-2\vec{u}; 3\vec{v}) = \frac{9\pi}{8}$ (ج) $(\vec{v}; \vec{u}) = \frac{\pi}{8}$

(3) إذا كان $\frac{1327\pi}{6}$ قياساً لزاوية موجهة فإن قياسها الرئيسي هو:

(أ) $-\frac{\pi}{6}$ (ب) $-\frac{5\pi}{6}$ (ج) $\frac{\pi}{6}$

(4) حلول المعادلة $\sin x = -\frac{1}{2}$ في $\mathbb{R}$ هي:

(أ) $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ أو $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ (ب) $x = k\pi$ (ج) $x = 2k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$

التمرين الثاني (06 نقطة):

(1) بسط العبارة $A(x)$ حيث:

$$A(x) = \cos(15\pi + x) + \sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) + \cos(3\pi + x) + \sin(7\pi - x) + \sin\left(\frac{13\pi}{2} - x\right)$$

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $2A(x) = -1$

(3) نعتبر كثير الحدود $P(x)$ المعرف بـ: $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3$

(أ) أحسب $P(1)$ ثم أوجد تحليل $P(x)$ إلى جداء ثلاث عوامل من الدرجة الأولى

(ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$

ج) استنتج حلول المعادلة: $2\sin^3 x + 5\sin^2 x - 4\sin x - 3 = 0$

التمرين الثالث (08 نقطة):

-I

f دالة معرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x+2}{x+3}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، (Δ) مستقيم معادلته $y = x$

1) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$.

2) أرسم (C_f) و (Δ) على المجال $[0; 2]$

-II

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

1) مثل على محور الفواصل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (u_n) مبرزاً خطوط الإنشاء.

2) ماهو تخمينك حول رتبة وتقارب المتتالية (u_n) ؟

3) (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \frac{u_n-1}{u_n+2}$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

ج- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم أحسب نهايتها. ماذا تستنتج ؟

4) عبر بدلالة n عن المجموع Σ_n حيث: $\Sigma_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

5) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{1}{u_n+2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$

ب- استنتج بدلالة n المجموع Σ'_n حيث: $\Sigma'_n = \frac{1}{u_0+2} + \frac{1}{u_1+2} + \dots + \frac{1}{u_n+2}$

الرياضيات ملكة العلوم

التصحيح النموذجي

التمرين الأول (06 نقطة):

$$(1) (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{3}$$

$$(2) (-2\vec{u}; 3\vec{v}) = \frac{9\pi}{8}$$

$$(3) -\frac{5\pi}{6}$$

$$(4) x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \text{ أو } x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

التمرين الثاني (06 نقطة):

$$(1) A(x) = \sin(x)$$

$$(2) S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$(3) \text{ أ- } P(x) = 2(x-1)(x+\frac{1}{2})(x+3), P(1) = 0$$

$$\text{ب- } S = \left\{ -3; -\frac{1}{2}; 1 \right\}$$

$$\text{ج- } S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

التمرين الثالث (08 نقطة):

-I

$$(1) f'(x) = \frac{4}{(x+3)^2}, f'(x) > 0 \text{ ومنه الدالة } f \text{ متزايدة تماما على المجال } [0; +\infty[$$

$$(2) \text{ رسم } (C_f) \text{ و } (\Delta) \text{ على المجال } [0; 2]$$

-II

$$(1) \text{ تمثيل الحدود الثلاثة الأولى على محور الفواصل}$$

$$(2) \text{ التخمين: } u_2 > u_1 > u_0, (u_n) \text{ متزايدة تماما}$$

$$(u_n) \text{ متقاربة نحو العدد } 1 \text{ (فاصلة نقطة تقاطع } (C_f) \text{ مع المستقيم } (\Delta))$$

(3) أ- لدينا من أجل كل عدد طبيعي $n: v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$ وحدها الأول $v_0 = -\frac{1}{2}$

$$\text{ب- } v_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n, \quad u_n = \frac{-1 + \left(\frac{1}{4}\right)^n}{-1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n}$$

ج $u_{n+1} - u_n > 0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما

$\lim(u_n) = 1$ ، (u_n) متقاربة نحو العدد 1

$$\Sigma_n = \frac{2}{3} \left(\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} - 1 \right) \quad (4)$$

(5) أ- من أجل كل عدد طبيعي n لدينا $\frac{1}{u_{n+2}} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$

$$\text{ب- } \Sigma'_n = \frac{1}{3}(n+1) - \frac{2}{9} \left(\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} - 1 \right)$$