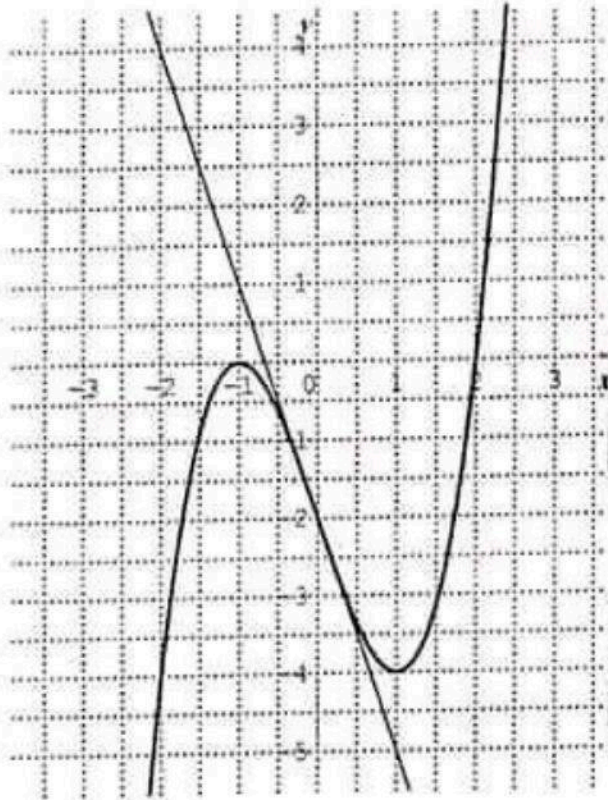


التمرين الأول (08 نقاط)

b, c عدنان حقيقيان، في الشكل المقابل (C_f) هو التمثيل البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ لدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ حيث: $f(x) = x^3 + bx + c$ كما مثلنا المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

ا. بقراءة بيانية:



- (1) عيّن $f'(0)$ ، $f'(1)$ ، $f'(-1)$ ، $f(0)$
- (2) عيّن حسب قيم x اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$.
- (3) حل المعادلة $f(x) = 0$.
- (4) عيّن حسب قيم x إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.
- استنتج حلول المتراجحة $f(x) > 0$.
- (5) باستعمال نتائج السؤال الأول، عيّن العددين b, c .

II. في كل مما يلي نضع $b = -3$ و $c = -2$

- (1) أحسب $f'(x)$ و أدرس إشارتها على $\mathbb{R}$.
- (2) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

III. h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = f(|x|)$ و

(C_h) هو تمثيلها البياني في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- (1) بين أن الدالة h زوجية
- (2) اعتمادا على المنحنى (C_f) اشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) ، ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

التمرين الثاني (06 نقاط):

نعتبر كثير الحدود $P(x)$ حيث: $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 27x - 18$

- (1) بين أن 3 جذر لكثير الحدود $P(x)$
- (2) عيّن الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (x-3)(ax^2 + bx + c)$ نضع في كل ما يأتي: $a = 2$ ، $b = -7$ و $c = 6$
- (3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$ ثم استنتج حلول المعادلة $P(|x|) = 0$
- (4) أدرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) > 0$

التمرين الثالث (06 نقاط):

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي h غير معدوم: $\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \frac{-1}{(1+h)}$
- (2) استنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0 = 2$ وعين $f'(2)$. فسّر النتيجة هندسياً.
- (3) أكتب معادلة (Δ) المماس لـ (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 2$
- (4) عين تقريباً تألفياً للدالة f بجوار 2 . استنتج قيم تقريبية لـ $f(2,005)$ و $f(1,998)$
- (5) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \neq 1$ يكون : $f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$
- (6) استنتج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]1; +\infty[$ و $]-\infty; 1[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

انتهى الموضوع

(1) (1) بقراءة بيانية : $f(0) = -2$ ، $f'(-1) = 0$ ، $f'(1) = 0$ ، $f'(0) = \frac{-2 - (-5)}{0 - 1} = -3$

(2) f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; -1[$ و $]1; +\infty[$
 f متناقصة تماما على المجال $]-1; 1[$

(3) حلول المعادلة $f(x) = 0$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = 0$
 بيانها نجد $x = -1$ أو $x = 2$

(4) إشارة $f(x)$ نلخصها في الجدول التالي:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$

حلول المتراجحة $f(x) > 0$: من الجدول أعلاه نجد : $x \in]2; +\infty[$

(5) تعيين a و b : من أجل $x = 0$ نجد : $f(0) = 0^3 + b \times 0 + c = -2$ إذن $c = -2$

ومن أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = 3x^2 + b$

$f'(1) = 0$ معناه : $3(1)^2 + b = 0$ ومنه $b = -3$

(1) (1) الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا : $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x - 1)(x + 1)$

$f'(x) = 0$ معناه إما $x = 1$ أو $x = -1$. نلخص إشارة $f'(x)$ في الجدول التالي

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+

(2) معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 :

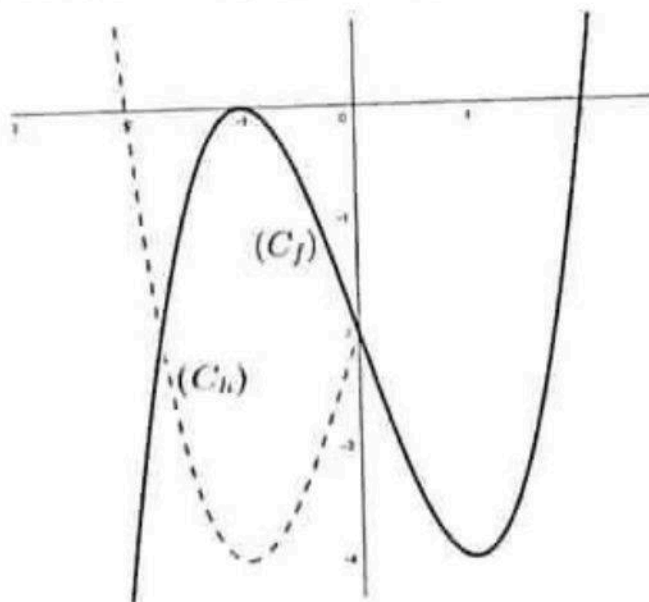
$(\Delta): y = f'(0)(x - 0) + f(0)$ ومنه : $(\Delta): y = -3x - 2$

(1) (1) اثبات إن الدالة h زوجية: من أجل $x \in \mathbb{R}$ يكون $-x \in \mathbb{R}$ إذن متناظرة.

إذن $h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$ دالة زوجية.

(2) (C_h) منطبق على (C_f) إذا كان $x \geq 0$ و (C_h) يُناظر (C_f) بالنسبة لحامل محور الترتيب إذا كان $x \leq 0$

الرسم:



التمرين الثاني:

(1) 3 جذرا لكثير الحدود $P(x)$ معناه $P(3) = 0$

(2) بتطبيق خوارزمية هورنر (تقبل أي طريقة أخرى صحيحة)

	2	-13	27	-18
3	0	6	-21	18
	2	-7	6	0

ينتج: $P(x) = (x - 3)(2x^2 - 7x + 6)$

$$(3) \text{ حل المعادلة } P(x) = 0 \text{ معناه: } \begin{cases} x - 3 = 0 \\ 2x^2 - 7x + 6 = 0 \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{3}{2} \\ x = 2 \end{cases} \text{ ومنه } S = \{3; \frac{3}{2}; 2\}$$

$$\text{استنتاج حلول المعادلة } P(|x|) = 0 : \text{ لدينا } P(|x|) = 0 \text{ معناه } \begin{cases} |x| = 3 \\ |x| = 2 \\ |x| = \frac{3}{2} \end{cases} \text{ ومنه } S = \{-3; 3; -2; 2; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\}$$

(4) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $P(x) > 0$

إشارة $P(x)$ ، ننشئ جدول الإشارة :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	2	3	$+\infty$
$x - 3$	-	-	-	0	+
$2x^2 - 7x + 6$	+	0	-	0	+
$P(x)$	-	0	+	0	+

حلول المتراجحة $P(x) > 0$: من الجدول أعلاه $P(x) > 0$ إذا كان $x \in \left[\frac{3}{2}; 2\right] \cup]3; +\infty[$

التمرين الثاني:

$$(1) \text{ إثبات أن } \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{-1}{(1+h)}$$

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{\frac{2+h}{2+h-1} - 2}{h} = \frac{\frac{2+h}{1+h} - 2}{h} = \frac{\frac{2+h-2-2h}{1+h}}{h} = \frac{-h}{h(1+h)} = \frac{-1}{(1+h)}$$

(2) استنتاج أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0 = 2$: بالمرور إلى النهاية

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{1+h} = -1$$

إن الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0 = 2$ ولدينا $f'(2) = -1$

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مماساً عند النقطة التي فاصلتها 2 معامل توجيهه -1

(3) معادلة (Δ) المماس لـ (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 2$ لدينا :

$$(\Delta): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \\ = -1(x - 2) + 2$$

$$(\Delta): y = -x + 4$$

(4) تعيين تقريب تآلفي للدالة f بجوار 2 :

لدينا : $f(2+h) \simeq f(2) + hf'(2)$ إذن : $f(2+h) \simeq 1-h$

قيم تقريبية لـ $f(2,005)$ و $f(1,998)$

$$f(2,005) = f(2 + 0,005) \simeq 2 - 0,005 \simeq 1,995$$

$$f(1,998) = f(2 + (-0,002)) \simeq 2 - (-0,002) \simeq 2,002$$

(5) الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{1\}$ ولدينا : $f'(x) = \frac{\ln(x-1) - \ln(x)}{(x-1)^2} = \frac{x-1-x}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2}$

(6) نستنتج ان f متناقصة تماما على كل من المجالين $]1; +\infty[$ و $]-\infty; 1[$

جدول التغيرات

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$			