

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الاول

التمرين الأول: (05 نقاط)

- 1- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للأعداد $2^n, 3^n$ و 4^n على 7.
- 2- عين باقي قسمة العدد $4^{2018} + 3^{2017} - 2^{2016}$ على 7.
- 3- استنتج أنه من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ يكون $5 \times 2^{3k+1} - 5^{6k+5} + 28 \equiv 0 [7]$
- 4- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $10^{3n} + 4^{2n} - 22^n \equiv 2^n (3^n + 1) - 1 [7]$
- حل في مجموعة الاعداد الطبيعية المعادلة: $10^{3n} + 4^{2n} - 22^n \equiv 0 [7]$
- 5- عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $2^n + 3^n + 4^n \equiv 2 [7]$ و $0 < n \leq 25$
- 6- أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(4n+3) \times 9^n - 4^{2n+3} \equiv 2(2n+1) \times 3^{2n} [7]$
- ب- عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي n بحيث: $(4n+3) \times 9^n - 4^{2n+3} \equiv 0 [7]$ و n من مضاعفات 8.
- 7- يحتوي كيس على 10 كرات مرقمة من 0 إلى 9, نسحب في آن واحد كرتين ونعتبر أن كل السحابات متساوية الاحتمال
- ما هو احتمال لكي يكون مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين من بواقي قسمة 3^n على 7.

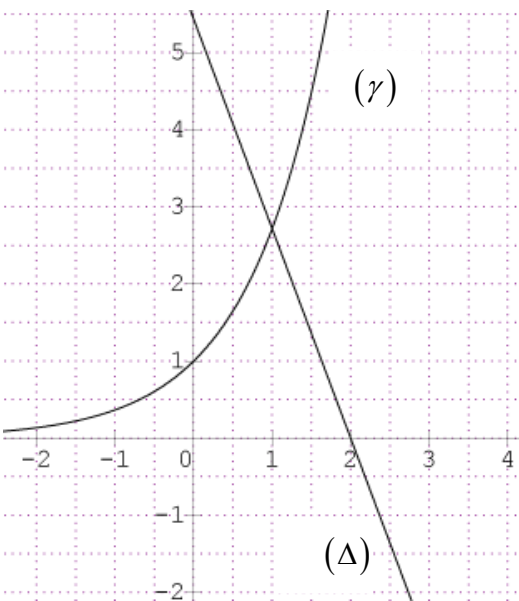
التمرين الثاني: (04 نقاط)

- يحتوي كيس 4 كرات حمراء مرقمة 2, 2, 1, 1 وأربع كرات بيضاء مرقمة 0, 0, 2, 1 وكرتين خضراوين مرقمة -1, -2.
- لا يمكن التمييز بينها باللمس نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.
- 1- احسب احتمال الحوادث التالية: - الحادثة A سحب كرتين من نفس اللون. - الحادثة B سحب كرتين مجموع ارقامهما يساوي 0.
 - الحادثة C سحب كرتين مختلفتي اللون.
 - 2- بين أن $P(B \cap C) = \frac{6}{45}$.
 - ليكون X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين المتحصل عليهما.
 - 3- عين قيم المتغير العشوائي X ثم قانون الاحتمال.
 - احسب الامل الرياضيائي $E(X)$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_1 = e^{-1}$ و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $u_{n+1} = \frac{n+1}{en} u_n$
- 1 - أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $u_n > 0$ ،
 ب) قارن بين $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ و 1 ، ثم استنتج اتجاه تغير و تقارب المتتالية (u_n)
 - 2 - نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $v_n = \frac{1}{en} u_n$
 أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_1
 ب) جد بدلالة n عبارة الحد العام v_n ، ثم استنتج عبارة u_n واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
 - 3 - أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_1 + \frac{1}{2}u_2 + \frac{1}{3}u_3 + \dots + \frac{1}{n}u_n$ ، ثم عين $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$
 ب) احسب بدلالة n المجموع T_n حيث : $T_n = \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + \frac{u_3}{v_3} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$
 ج) احسب $P_n = v_1 \times 2v_2 \times 3v_3 \times \dots \times nv_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



- I- ليكن (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto e^x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -ex + 2e$ ولتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x + ex - 2e$
 أ- احسب $g(1)$; ثم بين أن $e^x - y = g(x)$
 ب- بقراءة بيانية حدد وضعية المنحنى (γ) بالنسبة للمستقيم (Δ) على $\mathbb{R}$.
 ت- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.
- II- لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = -x + 2 + (x-1)e^{-x+1}$
 و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$.
 1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.
 2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -e^{-x} g(x)$
 - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 3- بين أن المستقيم (T) ذو المعادلة $y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
 - ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (T) .
 4- جد (T') معادلة المماس الموازي للمستقيم المقارب المائل (T) .
 5- نقبل أن $f(\alpha) = f(\beta) = 0$ بحيث $0,1 < \alpha < 0,3$ و $2,3 < \beta < 2,4$.
 - احسب $f\left(\frac{-1}{2}\right)$ ثم أنشئ المستقيمين (T) و (T') ثم المنحنى (C_f) .
 6- ناقش بياننا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(x-1)e^{-x+1} = m - 2$

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على ثلاث كريات تحمل الأرقام 2 ، 2 و 3. ويحتوي صندوق U_2 على تسع كريات منها أربعة خضراء تحمل كل منها الرقم 3 وخمس كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 3 و 4. (الكريات لا يمكن التمييز بينها باللمس).
نسحب عشوائياً كرية من الصندوق U_1 ونسجل رقمها وليكن n .
إذا كان $n=2$: نسحب عشوائياً من الصندوق U_2 كرتين على التوالي من دون ارجاع.
إذا كان $n=3$: نسحب عشوائياً وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق U_2 .
نعتبر الحدثين التاليين:

A : " الكريات المسحوبة من الصندوق U_2 لها نفس اللون".

B : " الكريات المسحوبة من الصندوق U_2 تحمل نفس الرقم".

1- أ- بين أن $P(A) = \frac{19}{54}$ ثم أحسب $P(B)$ احتمال الحدث B .

ب- بين أن $P(A \cap B) = \frac{55}{378}$

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة، عدد الكريات الحمراء المسحوبة من الصندوق U_2 .
- عين قانون احتمال المتغير العشوائي X وأحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1. المتتالية (u_n) المعرفة على N بجدها الاول $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3u_n - 2^n$.

أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq 0$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماماً على $\mathbb{N}$.

2. المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = 2^n - u_n$.

أ- بين أن متتالية (v_n) هندسية اساسها 3.

ب- عبر عن v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n .

3. أ- احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ماذا تستنتج؟

- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$.

ب- بين ان من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $S_n = 2^n - \frac{1+3^n}{2}$.

4. أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n علي 5 و العدد 3^n علي 4.

ب - عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $0[4] \equiv (-1)^{1493} + (2967)^n + (1962)^{2n} + 2019$

ج - عين قيم العدد الطبيعي n التي: $20[1] \equiv 4u_n + 9v_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- I- نعطي في المجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة: (1) $13x - 11y = 23$.
- 1- عين حلا خاصا x_0, y_0 للمعادلة (1) حيث: $x_0 - y_0 = 1$
- استنتج مجموعة حلول المعادلة (1) بدلالة n .
- عين (x, y) حلول المعادلة (1) حيث: $-10 < x < 40$.
- 2) افرض فيما يلي أن العددين x, y طبيعان و $d = \text{pgcd}(x, y)$ القاسم المشترك الأكبر للعددين x, y .
- أ- ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟
- ب- عين الثنائيات (x, y) حلول المعادلة (1) بحيث يكون $d = 23$
- II- 1- العدد الطبيعي A يكتب $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}$ في النظام ذي الأساس 6 ويكتب $\overline{B0444}$ في النظام ذي الأساس 5
- عين العددين α و β ثم اكتب A في النظام العشري ثم في النظام ذي الأساس 7.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 4 \ln x + x^2 - 2$
- 1- ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
- 2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]0; +\infty[$ ثم تحقق أن $1,1 < \alpha < 1,2$.
- 3- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.
- لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{x}(1 + 2 \ln x)$
- و (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.
- 2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي من $]0; +\infty[$ فإن: $f'(x) = -\frac{g(x)}{2x^2}$.
- 3- ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- 4- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم (Δ) مقارب مائل يطلب تعيين معادلته.
- 5- ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .
- 6- جد معادلة للمماس (T) الموازي للمستقيم (Δ) .
- 7- تحقق أن: $f(\alpha) = -\alpha + \frac{2}{\alpha}$ ثم عين حصر لـ $f(\alpha)$.
- 8- قبل أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين β و λ حيث $2,2 < \lambda < 2,4$; $0,6 < \beta < 0,8$
- أنشئ كلا من المستقيم (T) و (Δ) والمنحنى (C_f) .
- 9- ناقش بيانيا حسب الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = -\frac{1}{2}x + m$
- لتكن h الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{x}(1 + 2 \ln |x|)$
- احسب $h(-x) + h(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.
- اكتب عبارة الدالة h دون رمز القيمة المطلقة.
- أنشئ في نفس المعلم (C_h) منحنى الدالة h .

انتهى الموضوع الثاني

الحل النموذجي لامتحان التجريبي شعبة تقني رياضي

ثانوية سيدي اعجاز - غرداية - الأستاذ: قشار صلي

التمرين الأول: (05 نقاط)

1- دراسة بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 7

$$2^3 \equiv 1[7]; 2^2 \equiv 4[7]; 2^1 \equiv 2[7]; 2^0 \equiv 1[7]$$

ومنه بواقي القسمة 2^n على 7 تشكل متتالية دورية ودورها $t = 3$

التعميم في كل الحالات نضع $k \in \mathbb{N}$

n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$	
$2^n \equiv$	1	2	4	[7]

$$4^n \equiv (2^n)^2[7] \text{ ومنه } 4^n \equiv (2^2)^n[7] \text{ ومنه } 4 \equiv 2^2[7]$$

ومنه بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 7 هي

n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$	
$4^n \equiv$	1	4	2	[7]

دراسة بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 7

$$3^3 \equiv 6[7]; 3^2 \equiv 2[7]; 3^1 \equiv 3[7]; 3^0 \equiv 1[7]$$

$$3^6 \equiv 1[7]; 3^5 \equiv 5[7]; 3^4 \equiv 4[7];$$

ومنه بواقي القسمة 3^n على 7 تشكل متتالية دورية ودورها $t = 6$

التعميم في كل الحالات نضع $k \in \mathbb{N}$

$n \equiv$	0	1	2	3	4	5	[6]
$3^n \equiv$	1	2	4	6	4	5	[7]

2- تعيين باقي قسمة العدد $2^{2016} - 3^{2017} + 4^{2018}$ على 7.

$$2^{2016} - 3^{2017} + 4^{2018} \equiv 2^{3 \times 672} - 3^{6 \times 336 + 1} + 4^{3 \times 672 + 2} [7]$$

$$\equiv 1 - 3 + 2 [7]$$

$$\equiv 0 [7] \text{ ومنه}$$

ومنه باقي قسمة العدد $2^{2016} - 3^{2017} + 4^{2018}$ على 7 هو 0.

3- استنتاج أنه من أجل كل $k \in \mathbb{N}$: $5 \times 2^{3k+1} - 5^{6k+5} + 28 \equiv 0 [7]$

$$5 \times 2^{3k+1} - 5^{6k+5} + 28 \equiv 5 \times 2^{3k+1} + 2^{6k+5} + 4 \times 7 [7]$$

$$\equiv 5 \times 2^{3k+1} + 2^{3 \times 3k} \times 2^5 + 4 \times 7 [7]$$

$$\equiv 3 + 4 + 0 [7]$$

$$\text{ومنه } 5 \times 2^{3k+1} - 5^{6k+5} + 28 \equiv 0 [7]$$

4- نبيان أن $10^{3n} + 4^{2n} - 22^n \equiv 2^n (3^n + 1) - 1 [7]$

$$\text{لدينا } 10^{3n} + 4^{2n} - 22^n \equiv 3^{3n} + 4^{2n} - 1^n [7]$$

$$\equiv 3^{3n} + 4^{2n} - 1^n \equiv (3^3)^n + (4^2)^n - 1 [7]$$

$$[7] \equiv 6^n + 2^n - 1 \equiv (3^3)^n + (4^2)^n - 1 \text{ ومنه}$$

$$[7] \equiv 2^n \times 3^n + 2^n - 1 \equiv 6^n + 2^n - 1 \text{ ومنه}$$

$$[7] \equiv 2^n (3^n + 1) - 1 \text{ ومنه } 10^{3n} + 4^{2n} - 22^n \equiv 2^n (3^n + 1) - 1 [7]$$

حل في مجموعة الاعداد الطبيعية المعادلة: $10^{3n} + 4^{2n} - 22^n \equiv 0 [7]$

$$\text{لدينا } [7] \equiv 2^n (3^n + 1) - 1 \text{ ومنه } 10^{3n} + 4^{2n} - 22^n \equiv 2^n (3^n + 1) - 1 [7]$$

$n \equiv$	0	1	2	3	4	5	[6]
$2^n \equiv$	1	2	4	1	2	4	[7]
$3^n \equiv$	1	3	2	6	4	5	[7]
$3^n + 1 \equiv$	2	4	3	0	5	6	[7]
$2^n (3^n + 1) \equiv$	2	1	5	0	3	3	[7]

من الجدول نجد $n \equiv 1 [6]$ ومنه $n = 6k + 1$

5- تعيين قيم n التي تحقق: $2^n + 3^n + 4^n \equiv 2 [7]$ $0 < n \leq 25$

$n \equiv$	0	1	2	3	4	5	[6]
$2^n \equiv$	1	2	4	1	2	4	[7]
$3^n \equiv$	1	3	2	6	4	5	[7]
$4^n \equiv$	1	4	2	1	4	2	[7]
$2^n + 3^n + 4^n \equiv$	3	2	1	1	3	4	[7]

ومن الجدول $n \equiv 1 [6]$ ومنه $n = 6k + 1$

وبما أن $0 < n \leq 25$ نجد $n \in \{1; 7; 13; 19; 25\}$

$$6- \text{بيان أنه } (4n+3) \times 9^n - 4^{2n+3} \equiv 2(2n+1) \times 3^{2n} [7]$$

$$[7] \equiv (4n+3) \times 9^n - 4^{2n+3} \equiv (4n+3) \times 3^{2n} - (-3)^{2n+3} [7]$$

$$\equiv (4n+3) \times 3^{2n} + 3^{2n} \times 3^3 [7]$$

$$\equiv 3^{2n} (4n+9) [7]$$

$$\equiv 3^{2n} (4n+2) [7]$$

$$\text{ومنه } (4n+3) \times 9^n - 4^{2n+3} \equiv 2(2n+1) \times 3^{2n} [7]$$

ب- تعيين أصغر قيمة للعدد الطيع n بحيث:

$$[7] \equiv 0 [7] \equiv (4n+3) \times 9^n - 4^{2n+3} \text{ و من مضاعفات } 8.$$

$$[7] \equiv 0 [7] \equiv (4n+3) \times 9^n - 4^{2n+3} \text{ ومنه } 2(2n+1) \times 3^{2n} \equiv 0 [7]$$

$$\text{ومنه } 2(2n+1) \equiv 0 [7] \text{ لأن } 3^{2n} \text{ لا يقبل القسمة على } 7$$

$$\text{ومنه } 2n+1 \equiv 0 [7] \text{ ومنه } 2n \equiv -1 [7] \text{ تكافئ } 2n \equiv 6 [7] \text{ ومنه}$$

$$[7] \equiv 3 [7] \text{ ومنه } n = 7k + 3$$

و n من مضاعفات 8 أي $n \equiv 0 [8]$ ومنه $7k + 3 \equiv 0 [8]$ ومنه

$$[8] \equiv -3 [8] \text{ ومنه } 7k \equiv -3 [8] \text{ ومنه } k \equiv 3 [8] \text{ ومنه } k = 8k' + 3$$

مع $k' \in \mathbb{N}$ ومنه اصغر قيمة للعدد الطيعي n هي $n = 24$

7- يحتوي كيس على 10 كرات مرقمة من 0 إلى 9، نسحب في آن

واحد كرتين ونعتبر أن كل السحابات متساوية الاحتمال

- احتمال لكي يكون مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين من

بواقي قسمة 3^n على 7 أي مجموعها $\{1,2,4,6,4,5\}$

$$\left\{ (0,1);(0,2);(0,3);(0,4);(0,5);(0,6);(1,2) \right\}$$

$$\left\{ (1,3);(1,4);(1,5);(2,3);(4,2) \right\}$$

$$\frac{12}{C_{10}^2} + \frac{12}{45} = \frac{4}{15}$$

ومن هنا احتمال الحادثة

1- الحادثة A سحب كرتين من نفس اللون:

$$P(A) = \frac{C_4^2 + C_4^2 + C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{13}{15}$$

- الحادثة B سحب كرتين مجموع ارقاعهما يساوي 0:

$$P(B) = \frac{C_1^1 C_3^1 + C_1^1 C_3^1 + C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{45}$$

- الحادثة C سحب كرتين مختلفتي اللون:

$$P(C) = 1 - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$$

2- تبيان أن $P(B \cap C) = \frac{6}{45}$

$$P(B \cap C) = \frac{C_1^1 C_1^1 + C_1^1 C_2^1 + C_1^1 C_2^1 + C_1^1 C_2^1}{C_{10}^2} = \frac{6}{45}$$

ليكون X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين المتحصل عليهما.

3- تعيين قيم المتغير العشوائي $X = \{0; -2; -1; 1; 2; 3; 4\}$

$$P(X = -3) = \frac{C_1^1 C_1^1}{C_{10}^2} = \frac{1}{45} \quad P(X = -2) = \frac{C_1^1 C_2^1}{C_{10}^2} = \frac{2}{45}$$

$$P(X = -1) = \frac{C_1^1 C_2^1 + C_1^1 C_3^1}{C_{10}^2} = \frac{5}{45}; \quad P(X = 1) = \frac{C_2^1 C_3^1 + C_3^1 C_1^1}{C_{10}^2} = \frac{9}{45}$$

$$P(X = 2) = \frac{C_2^1 C_3^1 + C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{9}{45}; \quad P(X = 3) = \frac{C_3^1 C_3^1}{C_{10}^2} = \frac{9}{45}$$

$$P(X = 4) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{3}{45}; \quad P(X = 0) = \frac{7}{45}$$

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

X	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{45}$	$\frac{2}{45}$	$\frac{5}{45}$	$\frac{7}{45}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{3}{45}$

حساب الامل الرياضي: $E(X) = \frac{6}{5}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_1 = e^{-1} \\ u_{n+1} = \frac{n+1}{en} u_n \end{cases}$$

1- أ- تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n > 0$

نسمي الخاصية $P(n)$ $0 < u_n$

التحقيق من أجل $P(1)$

لدينا $u_1 = e^{-1}$ ومنه $0 < u_1$ ومن الخاصية محققة.

نفرض صحة الخاصية $P(n)$

نبرهن صحة الخاصية من أجل $P(n+1)$ أي $u_{n+1} > 0$

لدينا من الفرضية $u_n > 0$ ومنه $u_n > 0$ ومنه $\frac{n+1}{en} u_n > 0$ ومنه $u_{n+1} > 0$

ومن هنا حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإن $u_n > 0$

ب) قارن بين $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ و 1، ثم استنتج اتجاه تغير وتقارب (u_n)

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{en}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} - 1 = \frac{n+1}{en} - 1 = \frac{n+1-en}{en} = \frac{(1-e)n+1}{en}$$

$0 < \frac{u_{n+1}}{u_n} - 1 < 1$ ومنه $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$

بما أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فإنها متقاربة.

2- أ- تبيان أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية: $v_n = \frac{1}{en} u_n$

$$v_{n+1} = \frac{1}{e(n+1)} u_{n+1} = \frac{1}{e(n+1)} \frac{(n+1)}{en} u_n = \frac{1}{e} \frac{u_n}{en} = \frac{1}{e} v_n$$

ومن هنا (v_n) متتالية هندسية واساسها $q = \frac{1}{e}$ و $v_1 = \frac{u_1}{e \times 1} = \frac{1}{e^2}$

ب- إيجاد عبارة v_n بدلالة n $v_n = v_1 q^{n-1} = \frac{1}{e^2} \left(\frac{1}{e} \right)^{n-1} = \frac{1}{e^{n+1}}$

كتابة u_n بدلالة n $v_n = \frac{1}{en} u_n$ ومنه $en \times v_n = u_n$ ومنه

$$u_n = \frac{n}{e^n} \quad \text{ومن هنا} \quad u_n = en \times v_n = en \frac{1}{e^{n+1}}$$

حساب النهاية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{e^n} = 0$ ومنه $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

3- أ) حساب المجموع S_n : $S_n = u_1 + \frac{1}{2} u_2 + \frac{1}{3} u_3 + \dots + \frac{1}{n} u_n$

لدينا $en \times v_n = u_n$ ومنه $ev_n = \frac{1}{n} u_n$

ومن هنا $S_n = ev_1 + ev_2 + \dots + ev_n$

$$S_n = e[v_1 + v_2 + \dots + v_n] = e \left[\frac{1}{e^2} \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{e^{n+1}} \right) \right] = \frac{\left(\frac{1}{e} \right)^n - 1}{1 - e}$$

ب) $T_n = \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + \frac{u_3}{v_3} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$ لدينا $en \times v_n = u_n$ ومنه

ومنه $\frac{u_n}{v_n} = en$ ومنه $T_n = e + 2e + \dots + ne$

ومنه $T_n = e(1 + 2 + \dots + n) = e \frac{n}{2}(1 + n)$

ج) حساب $P_n = v_1 \times v_2 \times v_3 \times \dots \times nv_n$

$P_n = v_1 \times v_1 \times q \times v_1 \times q^2 \times \dots \times v_1 \times q^n \times 2 \times 3 \times \dots \times n$

ومنه $P_n = \left(\frac{1}{e^2}\right)^n \times \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}} \times n!$ ومنه $P_n = v_1^n \times q^{1+2+\dots+n} \times n!$

التصريح الرابع: (7 نقاط)

أ- $g(1) = 0$ ثم تبين أن $e^x - y = e^x + ex - 2e = g(x)$

ب- بقراءة بيانية تحديد وضعية بين المنحنى (γ) للمستقيم (Δ)

من أجل $x < 1$ المنحنى (γ) تحت (Δ) .

من أجل $x > 1$ المنحنى (γ) فوق (Δ) .

المنحنى (γ) يقطع المستقيم (Δ) عند النقطة $(1; e)$

ج) استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

1- f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = -x + 2 + (x-1)e^{-x+1}$

1- حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم تبين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x + 2 + (x-1)e^{-x+1} = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x + 2 + (x-1)e^{-x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x + 2 + (x-1)\frac{1}{e^x}$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} -x + 2 + \left(\frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x} \right) e = -\infty$

2- تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -e^{-x}g(x)$

$f'(x) = -1 + e^{-x+1} - (x-1)e^{-x+1} = -1 - xe^{-x+1} + 2e^{-x+1}$

$-e^{-x}g(x) = -e^{-x}(e^x + ex - 2e) = -1 - xe^{-x+1} + 2e^{-x+1}$

ومنه $f'(x) = -e^{-x}g(x)$

- دراسة اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-

الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty; 1]$ ومتناقصة تماما على $[1; +\infty[$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	1	$-\infty$

جدول التغيرات

3- تبين أن المستقيم (T) ذو المعادلة $y = -x + 2$ مقارب مائل
بما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1)e^{-x+1} = 0$ فإن المستقيم $y = -x + 2$

مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

- دراسة الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (T)

لدينا $f(x) - (-x + 2) = (x-1)e^{-x+1}$

لدينا $e^{-x+1} > 0$ ومنه إشارة الفرق من إشارة $x-1$

من أجل $x < 1$ المنحنى (C_f) تحت (T) .

من أجل $x > 1$ المنحنى (C_f) فوق (T) .

المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (T) عند النقطة $(1; 1)$.

4- إيجاد (T') معادلة المماس الموازي للمستقيم المقارب المائل (T) .

نحل المعادلة $f'(x) = -1$ ومنه $-1 - xe^{-x+1} + 2e^{-x+1} = 0$ ومنه

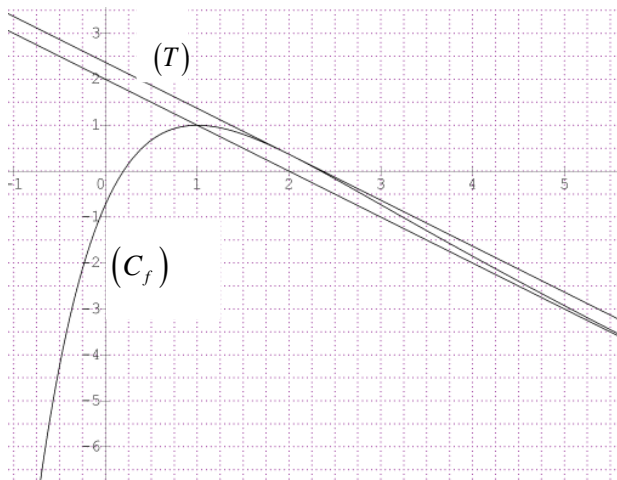
$e^{-x+1}(-x + 2) = 0$ ومنه $-xe^{-x+1} + 2e^{-x+1} = 0$

ومنه $x = 2$ ومنه $y = f'(2)(x-2) + f(2)$ ومنه

$(T'): y = -x + 2 + \frac{1}{e}$ ومنه $y = -1(x-2) + \frac{1}{e}$

5- نقبل أن $f(\alpha) = f(\beta) = 0$ بحيث $0,1 < \alpha < 0,3$ و

إنشاء (T) و (T') ثم المنحنى (C_f) و $f\left(\frac{-1}{2}\right) \approx -4,2$



6- المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول

المعادلة: $(x-1)e^{-x+1} = m - 2$ تكافئ

$f(x) = -x + m$ ومنه $-x + 2 + (x-1)e^{-x+1} = -x + m$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم

$y = -x + m$

من أجل $2] - \infty$ المعادلة تقبل حلا وحيدا.

من أجل $2 + \frac{1}{e} \left[2; 2 + \frac{1}{e} \right]$ المعادلة تقبل حلين متميزين.

من أجل $m = \frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حل مضاعف.

من أجل $2 + \frac{1}{e} \left[2 + \frac{1}{e}; +\infty \right]$ المعادلة لا تقبل حلول.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

1- أ- تبيان أن $P(A) = \frac{19}{54}$

$$P(A) = \frac{2}{3} \times \frac{A_4^2 + A_5^2}{A_9^2} + \frac{1}{3} \times \frac{C_4^3 + C_5^3}{C_9^3} = \frac{19}{54}$$

حساب $P(B)$ احتمال الحدث B .

$$P(B) = \frac{2}{3} \times \frac{A_5^2 + A_2^2}{A_9^2} + \frac{1}{3} \times \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{46}{189}$$

ب- تبيان أن $P(A \cap B) = \frac{55}{378}$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{3} \times \frac{A_4^2 + A_2^2}{A_9^2} + \frac{1}{3} \times \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{55}{378}$$

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة، عدد الكريات الحمراء المسحوبة من الصندوق U_2 .

2- قيم المتغير العشوائي $X = \{0, 1, 2, 3\}$

$$P(x=0) = \frac{2}{3} \times \frac{A_4^2}{A_9^2} + \frac{1}{3} \times \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{8}{63} = 0,13;$$

$$P(x=1) = \frac{2}{3} \times \frac{A_5^1 A_4^1}{A_9^2} + \frac{1}{3} \times \frac{C_5^1 C_4^2}{C_9^3} + \frac{2}{3} \times \frac{A_4^1 A_5^1}{A_9^2} + \frac{1}{3} \times \frac{C_5^1 C_4^2}{C_9^3} = \frac{115}{189} \approx 0,61$$

$$P(x=2) = \frac{2}{3} \times \frac{A_5^2}{A_9^2} + \frac{1}{3} \times \frac{C_5^2 C_4^1}{C_9^3} = \frac{85}{378} \approx 0,22$$

$$P(x=3) = \frac{1}{3} \times \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{5}{126} \approx 0,04$$

تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي X

X	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,13	0,61	0,22	0,04

الأمّل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X $E(X) = 1,17$

التمرين الثاني: (5 نقاط)

1. المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ: $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2^n \end{cases}$

أ- البرهان بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n : u_n \leq 0$

نسمي الخاصية $P(n)$ $u_n \leq 0$

التحقق من أجل $P(1)$

لدينا $u_0 = 0$ ومنه $u_0 \leq 0$ ومن الخاصية $P(0)$ محققة.

نفرض صحة الخاصية $P(n)$

نبرهن صحة الخاصية من أجل $P(n+1)$ أي $u_{n+1} \leq 0$

لدينا من الفرضية $u_n \leq 0$ و $-2^n < 0$ ومنه $3u_n - 2^n \leq 0$ ومنه

$$u_{n+1} \leq 0$$

ومن حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإن $u_n \leq 0$

ب- تبيان أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$:

$$u_{n+1} - u_n = 3u_n - 2^n - u_n = 2u_n - 2^n$$

فإن $u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$

2. المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ:

$$v_n = 2^n - u_n$$

أ- تبيان أن متتالية (v_n) هندسية اساسها 3

$$v_{n+1} = 2^{n+1} - u_{n+1} = 2^n \times 2 - 3u_n + 2^n$$

$$= -3u_n + 3 \times 2^n = 3(2^n - u_n) = 3v_n$$

ومن متتالية (v_n) هندسية اساسها 3 $q = 3$ $v_0 = 1$

ب- التعبير عن v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n

$$v_n = v_0 q^n = 3^n$$

$$u_n = 2^n - v_n = 2^n - 3^n$$

3. أ- حساب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n - 3^n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \ln e^{n \ln 2} - \ln e^{n \ln 3}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \ln \frac{e^{n \ln 2}}{e^{n \ln 3}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \ln e^{n(\ln 2 - \ln 3)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \ln e^{n \left(\ln \frac{2}{3} \right)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \ln \left(e^{\left(\ln \frac{2}{3} \right)} \right)^n = 0$$

$$\text{لأن } 0 < e^{\left(\ln \frac{2}{3} \right)} < 1$$

نضع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

ب- تبيان ان من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم:

$$S_n = 2^n - \frac{1+3^n}{2}$$

$$S_n = 2^0 - v_0 + u_n + 2^1 - v_1 + \dots + 2^n - v_n$$

$$= 2^0 + 2^1 + \dots + 2^{n-1} - (v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1})$$

$$= \frac{2^n - 1}{1} - \left(\frac{3^n - 1}{2} \right) = 2^n + \frac{-2 - 3^n + 1}{2}$$

$$S_n = 2^n - \left(\frac{3^n + 1}{2} \right) \text{ ومنه}$$

4. أ- دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة

الإقليدية للعدد 2^n علي 5 والعدد 3^n علي 4.

$$2^0 \equiv 1[5]; 2^1 \equiv 2[5]; 2^2 \equiv 4[5]; 2^3 \equiv 3[5]; 2^4 \equiv 1[5]$$

ومن بواقي قسمة 2^n علي 5 هي متتالية دورية ودورها $t = 4$

ومنه $n = \{-1; 0; 1; 2; 3\}$ يكافئ

$$S = \{(-5; -8), (6; 5), (17; 18), (28; 31), (39; 44)\}$$

(2) نفرض فيما يلي أن العددين x, y طبيعان و $d = \text{pgcd}(x, y)$

أ- القيم الممكنة للعدد $d/11n+6$ و $d/13n+5$ ومنه $d/\alpha x + \beta y$

$$\text{ومنه } 13(11n+6) - 11(13n+5) = 23$$

القيم الممكنة لـ d هي 23 أو 1.

ب- تعيين الثنائيات (x, y) حلول المعادلة (1) حيث يكون $t = 23$

$$\text{يكافئ } \begin{cases} 13n+5 \equiv 0[23] \\ 11n+6 \equiv 0[23] \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} (-5) \\ (6) \end{cases}$$

$$n+11 \equiv 0[23] \text{ ومنه } n = 23k + 11 \text{ حيث } k \in \mathbb{N}$$

$$\text{ومنه } s = \{(11(23k+11)+6; 13(23k+11)+5) / k \in \mathbb{N}\}$$

II -1- العدد الطبيعي A يكتب $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}$ في النظام ذي

الأساس 6 ويكتب $\overline{B0444}$ في النظام ذي الأساس 5

تعيين العددين α و β لدينا $0 < \alpha < 6$ و $0 < \beta < 5$

$$A = \overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}^6 = 6^4\alpha + 6^3\beta + 6^2\alpha + 6^1\beta + \alpha$$

$$A = \overline{B0444}^5 = 5^4\beta + 5^2 \times 4 + 5 \times 4 + 4$$

$$\text{ومنه } 1333\alpha = 403\beta + 124 \text{ ومنه } \alpha = 1 \text{ و } \beta = 3$$

كتابة A في النظام العشري $A = 1999$ في النظام ذي الأساس 7.

$$A = \overline{5554}^7$$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 4 \ln x + x^2 - 2$

1- دراسة تغيرات الدالة g ثم تشكيل جدول تغيراتها

- حساب النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$

- حساب المشتقة: الدالة g قابلة للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$

$$g'(x) = \frac{4}{x} + 2x \text{ ومنه } g'(x) > 0 \text{ ومنه الدالة } g \text{ متزايدة تماما}$$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

2- تبيان أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال

$$]0; +\infty[\text{ ثم تحقق أن } 1,1 < \alpha < 1,2$$

بما أن الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $]0; +\infty[$ ومغيرة من اشارتها

فإنها تقبل حلا وحيدا

$$\text{التحقق أن } 1,1 < \alpha < 1,2 \text{ و } g(1,1) = -0,4 \text{ و } g(1,2) = 0,15$$

بما أن $g(1,1) \times g(1,2) < 0$ فإن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا

$$1,1 < \alpha <$$

$n \equiv$	0	1	2	3	$[4]$
$2^n \equiv$	1	2	4	3	$[5]$

ومنه بواقي قسمة 3^n على 4 هي متتالية دورية ودورها $t = 2$

$n \equiv$	0	1
$3^n \equiv$	1	3

ب - تعيين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق :

$$2019 + (1962)^{2n} + (2967)^n + (-1)^{1493} \equiv 0[4]$$

لدينا $2019 \equiv 3[4]$ و $2967 \equiv 3[4]$ و $1962 \equiv 2[4]$ تكافئ

$$1962^{2n} \equiv 2^{2n}[4] \text{ ومنه } 1962^{2n} \equiv (4)^n[4] \text{ ومنه } 1962^{2n} \equiv 0[4]$$

$$\text{ومنه } 0[4] \equiv 3 + 0 + 3^n - 1 \text{ ومنه } 3^n \equiv 2[4] \text{ ومنه } n = \{ \}$$

ج - تعيين قيم العدد الطبيعي n التي: $4u_n + 9v_n \equiv 1[20]$

$$4(2^n - 3^n) + 9 \times 3^n \equiv 1[20]$$

$$\text{ومنه } 4 \times 2^n + 5 \times 3^n \equiv 1[20]$$

		$n \equiv$	0	1	$[2]$
		$5 \times 3^n \equiv$	5	15	$[20]$
$n \equiv$	0	1	2	3	$[4]$
$4 \times 2^n \equiv$	4	8	16	12	$[5]$

ومنه من الجدولين $n \equiv 0[2]$ و $n \equiv 2[4] \dots (1)$

ومنه من $n \equiv 0[2]$ يكافئ $n = 2k$ مع $k \in \mathbb{N}$ بالتعويض في (1) نجد

$$2k \equiv 2[4] \text{ ومنه } k \equiv 1[2] \text{ ومنه } k = 2k' + 1 \text{ حيث } k' \in \mathbb{N}$$

$$\text{ومنه } n = 2(2k' + 1) \text{ ومنه } n = 4k' + 2$$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعطي في المجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة: $13x - 11y = 23 \dots (1)$

1- تعيين حلا خاصا x_0, y_0 للمعادلة (1) حيث $x_0 - y_0 = 1$

الحل الخاص (6;5)

- استنتاج مجموعة حلول المعادلة (1) بدلالة n

$$\begin{cases} 13x - 11y = 23 \dots (2) \\ 13(6) - 11(5) = 23 \dots (3) \end{cases} \text{ بطرح (2) من (3) نجد}$$

$$13(x - 6) = 11(y - 5) \dots (4)$$

بما أن 11 و 13 أوليان فيما بينهما فإنه حسب مبرهنة غوص فإن

$$x - 6 \equiv 0[11] \text{ نجد } x = 13n + 5 \text{ بالتعويض في (4) نجد}$$

$$s = \{(11n + 6; 13n + 5) / n \in \mathbb{Z}\} \text{ ومنه } x = 11n + 6$$

- تعيين (x, y) حلول المعادلة (1) حيث $-10 < x < 40$

$$\text{يكافئ } -1,45 < n < 3,09 \text{ ومنه } -10 < 11n + 6 < 40$$

3- استنتاج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{x}(1 + 2\ln x)$

1- حساب النهايات

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{1}{2}x + \frac{1}{x} \left(\underbrace{1 + 2\ln x}_{-\infty} \right) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{2}x + \frac{1}{x} + 2\frac{\ln x}{x} = -\infty$$

2- تبين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن: $f'(x) = -\frac{g(x)}{2x^2}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -\frac{1}{2} - \frac{1}{x^2}(1 + 2\ln x) + \frac{2}{x} \times \frac{1}{x} \\ &= \frac{-x^2 - 2 - 4\ln x + 4}{2x^2} = \frac{-(x^2 + 4\ln x - 2)}{2x^2} = \frac{-g(x)}{2x^2} \end{aligned}$$

3- دراسة اتجاه التغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها:

$$f'(x) = -\frac{g(x)}{2x^2}$$

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-

ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty; \alpha]$ ومتناقصة تماما على المجال $[\alpha; +\infty[$

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$-\infty$

4- تبين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم (Δ) مقارب مائل يطلب تعيين معادلته

بما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} + 2\frac{\ln x}{x} = 0$ فإن (C_f) يقبل المستقيم

$$y = -\frac{1}{2}x \quad (\Delta) \text{ مقارب مائل}$$

5- دراسة الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

$$f(x) - \left(-\frac{1}{2}x\right) = \frac{1 + 2\ln x}{x}$$

لدينا $x > 0$ ومنه إشارة الفرق من إشارة البسط

x	0	$\frac{1}{\sqrt{e}}$	$+\infty$
$1 + 2\ln(x)$	-	0	+

من أجل $0 < x < \frac{1}{\sqrt{e}}$ المنحنى (C_f) تحت (Δ) .

من أجل $x > \frac{1}{\sqrt{e}}$ المنحنى (C_f) فوق (Δ) .

المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (Δ) عند النقطة $\left(\frac{1}{\sqrt{e}}; -\sqrt{e}\right)$

6- إيجاد معادلة للمماس (T) الموازي للمستقيم (Δ) .

$$\text{نحل المعادلة } f'(x) = -\frac{1}{2} \text{ ومنه } \frac{-(x^2 + 4\ln x - 2)}{2x^2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ومنه } 4\ln x - 2 = 0 \text{ ومنه } x = e^{\frac{1}{2}}$$

$$y = f\left(e^{\frac{1}{2}}\right) \left(x - e^{\frac{1}{2}}\right) + f\left(e^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$\text{ومنه } = -\frac{1}{2} \left(x - e^{\frac{1}{2}}\right) - \frac{e^{\frac{1}{2}}}{2} + \frac{2}{e^{\frac{1}{2}}}$$

$$(T): y = -\frac{1}{2}x + \frac{2}{\sqrt{e}}$$

7- التحقق أن: $f(\alpha) = -\alpha + \frac{2}{\alpha}$ لدينا $g(\alpha) = 0$

$$\frac{-\alpha^2 + 2}{4} = \ln \alpha \dots (1) \text{ ومنه } g(\alpha) = 4\ln \alpha + \alpha^2 - 2$$

$$f(\alpha) = -\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{\alpha}(1 + 2\ln \alpha) \dots (2)$$

$$\text{بتعويض (1) في (2) نجد } f(\alpha) = -\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{\alpha} \left(1 + 2 \times \frac{-\alpha^2 + 2}{4}\right)$$

$$= -\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{\alpha} + \frac{-\alpha^2 + 2}{2\alpha} = \frac{-\alpha^2 + 2 - \alpha^2 + 2}{2\alpha} = \frac{-\alpha^2 + 2}{\alpha}$$

$$\text{ومنه } f(\alpha) = -\alpha + \frac{2}{\alpha}$$

$$\text{تعيين حصر } f(\alpha) \text{ لدينا } f'(\alpha) = -1 - \frac{2}{\alpha^2}$$

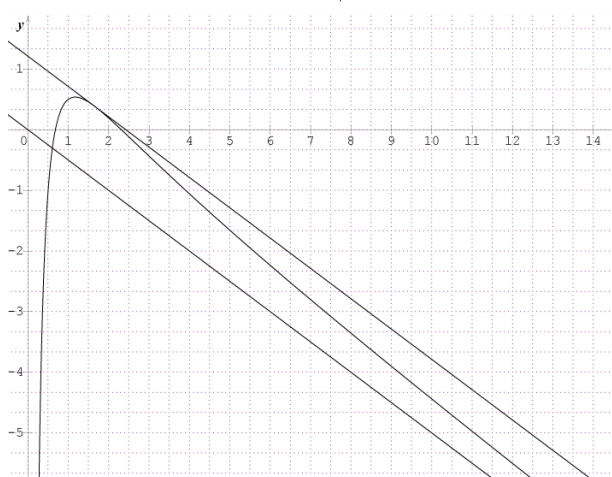
$$\text{ومنه } f(1,2) < f(\alpha) < f(1,1)$$

$$\text{ومنه } 0,537 < f(\alpha) < 0,538$$

8- نقبل أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين β و λ حيث

$$0,6 < \beta < 0,8; 2,2 < \lambda < 2,4$$

4- إنشاء كلا من المستقيم (T) والمنحنى (C_f)



انتهى بالتوفيق والتميز في امتحان BAC

الأستاذ: قشار صالح

ثوق من المحاولة ثوق من الابداع



9- المناقشة البيانية حسب الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + m$$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f)

$$y = -\frac{1}{2}x + m$$

من أجل $]-\infty; 0]$ المعادلة تقبل حلا وحيدا.

من أجل $\left[0; \frac{2}{\sqrt{e}}\right]$ المعادلة تقبل حلين متميزين.

من أجل $m = \frac{2}{\sqrt{e}}$ المعادلة تقبل حل مضاعف.

من أجل $\left[\frac{2}{\sqrt{e}}; +\infty\right]$ المعادلة لا تقبل حلول.

$$h(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{x}(1 + 2\ln|x|) \text{ بـ } \mathbb{R}^*$$

- احساب $h(-x) + h(x)$, ثم فسر النتيجة هندسيا.

$$h(-x) + h(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{x}(1 + 2\ln|x|) - \frac{1}{2}x + \frac{1}{x}(1 + 2\ln|x|) = 0$$

ومنه $h(-x) + h(x) = 0$ ومنه الدالة h فردية ومنحنها متناظر بالنسبة للمبدأ

كتاب عبارة الدالة h دون رمز القيمة المطلقة.

$$h(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + \frac{1}{x}(1 + 2\ln x) & \text{si } x > 0 \\ -\frac{1}{2}x + \frac{1}{x}(1 + 2\ln -x) & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

ومنه $h(x) = f(x)$ من أجل $x > 0$ ومنه (C_f) و (C_h) ومطابقان

وبما إن الدالة h فردية فإن منحنها متناظر بالنسبة للمبدأ

إنشاء في نفس المعلم (C_h) منحنى الدالة h :

