



جانفي 2021

المستوى: الثانية رياضيات

المدة : 2 سا

الفرض الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (7 ن)

ليكن $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$ كثير حدود حيث :

1- بين أن العدد 2 هو جذر لكثير الحدود $P(x)$

2- جد كثير الحدود $Q(x)$ بحيث يكون من اجل كل عدد حقيقي x :

$$P(x) = (x-2) Q(x)$$

3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$

4- ادرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) < 0$

5- استنتج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :

$$2x\sqrt{x} - 13x + 13\sqrt{x} + 10 = 0$$

التمرين الثاني (13 ن)

نعتبر الدالة f_a المعرفة على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$ ب:

$$f_a(x) = \frac{3x - 6 + a}{x - 2}$$

a عدد حقيقي غير معدوم.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس

$(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

الجزء الاول :

- (1) ادرس اتجاه تغير الدالة f_a حسب قيم a .
- (2) عين قيمة a حتى يتقاطع منحنى الدالة f مع محور الفواصل في النقطة $A(0,2)$

الجزء الثاني :

$$\text{نضع } a = 4 : f(x) = \frac{3x-2}{x-2}$$

- (1) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (2) عين نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.
- (3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') الذين يوازنان المستقيم (D) ذو المعادلة $y = -x + 3$. ثم اكتب معادلة المماسين (T) و (T')
- (4) ادرس الوضعية النسبية لكل من (C_f) و (T) . ثم (C_f) و (T')
- (5) بين أن النقطة $\Omega (2 ; 3)$ مركز تناظر ل (C_f) .
- (6) ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[-2 ; 6]$
- (7) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ ب :
$$g(x) = \frac{3|x|-2}{|x|-2}$$
ليكن (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم.
(أ) اشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) .
(ب) ارسم المنحنى (C_g) .

التصحيح النموذجي

التمرين		الحل	التنقيط																							
التمرين 1	1- نبين أن العدد 2 هو جذر لـ $P(x)$	$P(2) = 2 (2)^3 - 13 (2)^2 + 13 (2) + 10 = 52 - 52 = 0$ و منه 2 هو جذر لـ $P(x)$	0.5 ن																							
	2- إيجاد كثير الحدود $Q(x)$	باستعمال طريقة القسمة الاقليدية أو المطابقة نجد : $Q(x) = 2 x^2 - 9 x - 5$	1.5 ن																							
	3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$ معناه $(x-2) Q(x) = 0$	إما $(x-2) = 0$ أو $2 x^2 - 9 x - 5 = 0$ ومنه $(x=2)$	7 ن																							
	أو $\Delta = 121$ للمعادلة حلين مختلفين هما	$x_1 = -\frac{1}{2}$ و $x_2 = 5$ إذن $S = \{ \frac{-1}{2} ; 2 ; 5 \}$	1.5 ن																							
	4- إشارة $P(x)$	<table border="1"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>2</td><td>5</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$x-2$</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>$Q(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$P(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	5	$+\infty$	$x-2$	-	-	0	+	+	$Q(x)$	+	0	-	0	+	$P(x)$	-	0	+	0	+
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	5	$+\infty$																					
$x-2$	-	-	0	+	+																					
$Q(x)$	+	0	-	0	+																					
$P(x)$	-	0	+	0	+																					
	استنتاج حلول المتراجحة $P(x) < 0$	$S =]-\infty ; -\frac{1}{2}] \cup [2 ; 5 [$	1 ن																							
	- استنتاج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x																									

$$2x\sqrt{x} - 13x + 13\sqrt{x} + 10 = 0$$

نضع $t^2 = x$ و منه $t = \sqrt{x}$ و $t^3 = x\sqrt{x}$ مع $t > 0$

و منه تصبح المعادلة $2t^3 - 13t^2 + 13t + 10 = 0$

و منه $t_1 = -\frac{1}{2}$ مرفوض . $t_2 = 2$; $t_3 = 5$

إذن :

$$S = \{ 4 ; 25 \}$$

1 ن

12ن		الجزء الاول : (1) اتجاه تغير الدالة f_a. • تعيين f'_a مشتقة الدالة f_a و دراسة إشارتها. f_a دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{2\}$ و دالتها المشتقة هي : $f'_a(x) = \frac{-a}{(x-2)^2}$ التمرين 2 • إشارة $f'_a(x)$ حسب قيم : إذا كان $a > 0$ فإن $f'(x) < 0$ • و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$ إذا كان $a < 0$ فإن $f'(x) > 0$ • و منه الدالة f متزايدة تماما على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$ (2) حساب a : $f(0) = \frac{-6+a}{-2} = 2$ $a = 2$ الجزء الثاني : (1) اتجاه تغير الدالة f. • تعيين f' مشتقة الدالة f و دراسة إشارتها. f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{2\}$ و دالتها المشتقة هي : $f'(x) = \frac{-4}{(x-2)^2}$ • إشارة $f'(x)$: نلاحظ أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$: $f'(x) < 0$ • و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$ جدول التغيرات	
0.5ن	1ن		
0.5 ن			

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$
$f(x)$			

1 ن

(2) نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

• مع محور الفواصل معناه $y=0$

و منه $(C_f) \cap (xx') = \{A(\frac{3}{2}; 0)\}$

• مع محور الترتيب معناه $x=0$

و منه $(C_f) \cap (yy') = \{B(0; 1)\}$

1 ن

(3) نبين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') الذين يوازيان المستقيم

$$(D) : y = -x + 3$$

$$\text{معناه } f'(x) = -1 \text{ و منه } \frac{-4}{(x-2)^2} = -1$$

$$\text{إذن } x=0 \text{ أو } x=4$$

1.5 ن

• معادلة المماسين (T) و (T')

$$(T) : y = -x + 9 ; (T') : y = -x + 1$$

1.5 ن

(4) الوضعية النسبية لكل من (C_f) و (T) . ثم (C_f) و (T')

• الوضعية النسبية ل (C_f) و (T)

$$f(x)-y = \frac{x^2-8x+16}{x-2}$$

1 ن

(C_f) فوق (T) على $]2; 4[\cup]4; +\infty[$.

(C_f) تحت (T) على $]-\infty; 2[$

(C_f) يقطع (T) عند النقطة $(4; 5)$

	1 ن	• الوضعية النسبية ل (C_f) و (T') $f(x)-y = \frac{x^2}{x-2}$ (C_f) فوق (T') على $]2; +\infty[$. تحت (T') على $]-\infty; 2[$ (C_f) فوق (T') على $]0; 2[\cup]2; +\infty[$. (C_f) تحت (T') على $]2; +\infty[$ (C_f) يقطع (T') عند النقطة $(0; 1)$ (5) نبين أن النقطة $\Omega (2; 3)$ مركز تناظر ل (C_f) يكفي إثبات أن $f(4-x)+f(x)=6$	
	1 ن	(6) رسم المنحنى (C_f). على المجال $[-2; 6]$ (7) أ) الشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in [0, 2[\cup]2, +\infty[\\ f(-x) & \text{si } x \in]-\infty; 2[\end{cases}$ لما $x \in [0, 2[\cup]2, +\infty[$ فإن (C_f) و (C_g) منطبقان . لما $x \in]-\infty; 2[$ فإن (C_g) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الترتيب.	