

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 4 - \frac{4}{u_n + 1}$.

في الوثيقة المرفقة (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0; 3]$ بـ: $f(x) = 4 - \frac{4}{x+1}$ والمستقيم (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y = x$.

1. باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.
2. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 3$.
ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.
3. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 3 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(3 - u_n)$.
ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 3 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (3 - u_0)$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

يحتوي كيس على خمس كريات لا نفرق بينها باللمس منها ثلاث كريات بيضاء و كريتيتن خضراوين. نسحب عشوائيا كريتيتين على التوالي دون إرجاع ونعتبر الحادثتين A و B حيث A : سحب كريتيتين من نفس اللون و B : سحب كريتية بيضاء على الأقل.

1. أحسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب:
2. أحسب $P(A \cap B)$ ثم استنتج $P(A \cup B)$.
3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المتبقية في الكيس.
✓ عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثالث: 05 نقاط

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $(z - \sqrt{3})(z^2 - \sqrt{3}z + 1) = 0$.

II. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A, B, C و D التي لاحتقاتها

$$z_D = \sqrt{3} \text{ و } z_C = \overline{z_B}, z_B = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, z_A = \sqrt{3} + i$$

1. بين أن النقطة A صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overline{CD}$ ثم استنتج أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

2. أكتب كلاً من z_A, z_B, z_C على الشكل الأسّي. ثم بين أن $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2021} \times (z_B)^{1441} \times (z_C)^{1962} = 1$

3. ليكن f التحويل النقطي الذي يحول النقطة $M(z)$ إلى النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z - i$

أ) عين طبيعة التحويل النقطي f محددا عناصره المميزة.

ب) بين أن النقطة B صورة النقطة D بالتحويل النقطي f ثم استنتج طبيعة كلاً من المثلث BCD والرباعي $ABCD$.

4. عين طبيعة المجموعة (E) مجموعة النقط من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق

$$\text{Arg}(z - z_B) = \text{Arg}(\overline{z} - z_C) + 2k\pi \text{ حيث } k \in \mathbb{Z}$$

التمرين الرابع: 07 نقاط

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $g(x) = x - 3 + 4\ln(x + 1)$.

1. أدرس تغيرات الدالة g .

2. أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]-1; +\infty[$ ثم تحقق أن $0,74 < \alpha < 0,76$.

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. f الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \ln(x + 1) - \frac{4\ln(x + 1)}{x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x \in]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x + 1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

2. أ) بين أن $f(\alpha) = -\frac{(\alpha - 3)^2}{4(\alpha + 1)}$.

ب) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ثم فسر النتيجة بيانياً.

3. نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $h(x) = \ln(x + 1)$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - h(x)]$ ثم فسر النتيجة بيانياً.

ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_h) .

4. أ) عين أحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محوري الأحداثيات.

ب) أرسم (C_f) ثم أرسم (C') التمثيل البياني للدالة $|f|$ ، نأخذ $f(\alpha) = -0,72$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: 04 نقاط

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 2، 2 و ثلاث كريات سوداء مرقمة بـ: 1، 2، 3. نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس.

1. أحسب احتمال كلا من الحوادث التالية:
✓ A : سحب ثلاث كريات من نفس اللون.
✓ B : سحب ثلاث كريات مجموع أرقامها عدد فردي.
✓ C : سحب ثلاث كريات جداء أرقامها عدد زوجي.
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب جداء أرقام الكريات المسحوبة.
➤ عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

$$(u_n) \text{ و } (v_n) \text{ المتالتان العدديتان المعرفتان على } \mathbb{N} \text{ بـ: } \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}eu_n + \frac{2}{3}e^{n+1} \end{cases} \text{ و } v_n = u_n - e^n.$$

1. أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها e $q = \frac{1}{3}$ يطلب حساب حدها الأول.
ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .
ج) أحسب بدلالة n المجموع T_n حيث $T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.
2. نعتبر المتتالية العددية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي بـ: $w_n = \ln(u_n - v_n)$.
أ) تحقق أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $w_n = n$.
ب) بين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
ج) ليكن المجموع S_n حيث $S_n = w_0^2 + w_1^2 + \dots + w_n^2$.
✓ برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

التمرين الثالث: 05 نقاط

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقاط A ، B و C التي لاحتقاتها $z_A = 2i$ ،

$$z_B = \sqrt{3} + i \text{ و } z_C = \sqrt{2} + \sqrt{2}i.$$

1. أ) أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل المثلثي ثم استنتج أن النقاط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.
- ب) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها z_B^n حقيقي سالب تماما.

2. أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_C}{z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي.

ب) استنتج القيم المضبوطة لـ $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

3. f التحويل النقطي الذي يحول النقطة $M(z)$ إلى النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = 2iz + 4 + 2i$.
✓ بين أن f تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة.

4. عين طبيعته المجموعة (S) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z - \sqrt{3} + i| = |iz + 2|$.

التمرين الرابع: 07 نقاط

I. 1. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $g(x) = e^{2x} - 4x - 1$.

1. أدرس تغيرات الدالة g .

2. أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث $0,62 < \alpha < 0,64$.

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. 1. الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \left(2x + \frac{3}{2}\right)e^{-2x} + x - 1$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى

المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = e^{-2x} g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

2. بين أن النقطة $\Omega\left(\frac{1}{4}; 2e^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{4}\right)$ نقطة انعطاف لـ (C_f) .

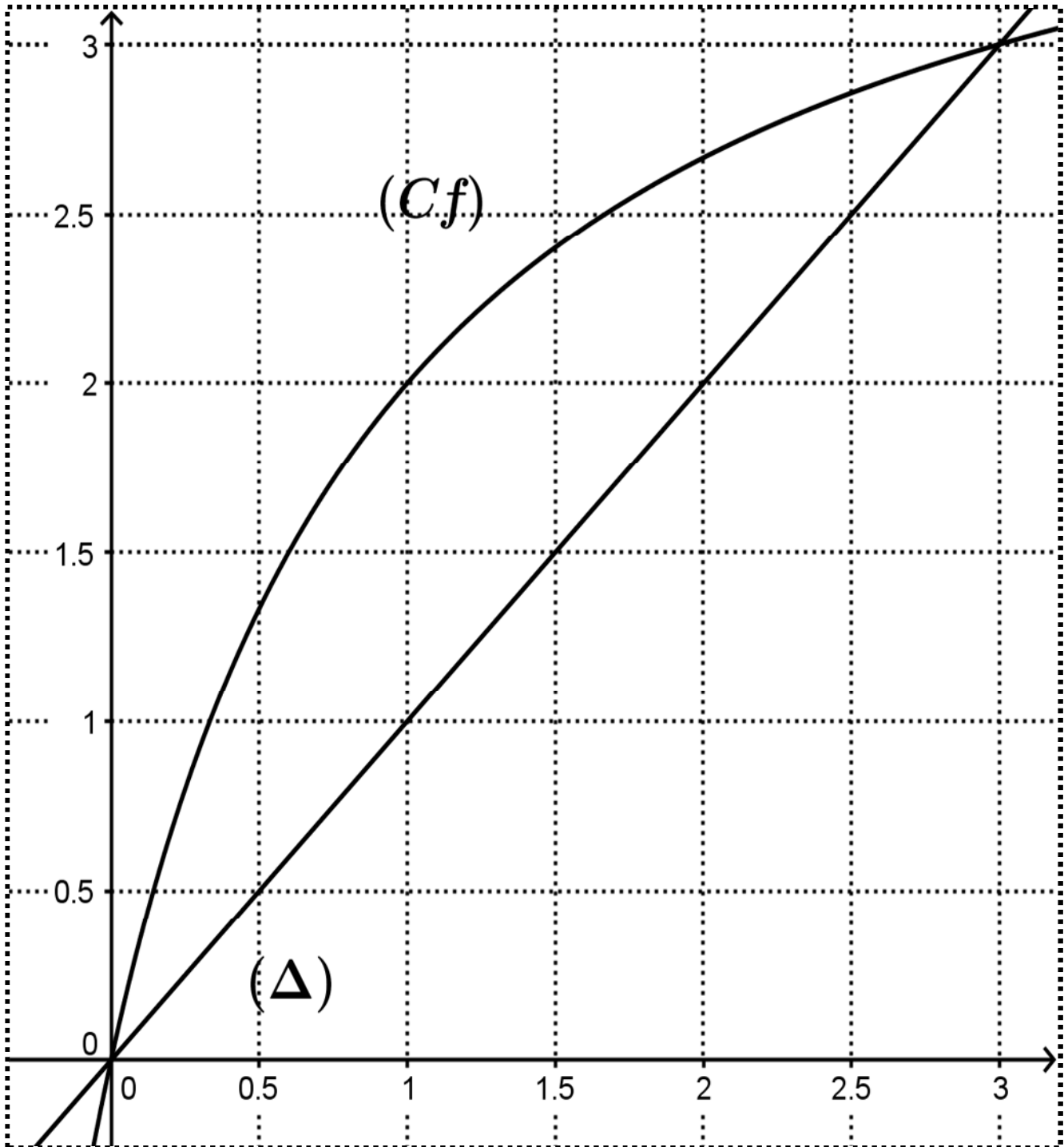
3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .

ب) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب تعيين معادلتها.

4. أ) أرسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) . نقبل أن $\begin{cases} (C_f) \cap (xx') = \{(-0,5; 0)\} \\ f(\alpha) = 0,4 \end{cases}$

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x) = x + m$ حلين مختلفين في الإشارة.

انتهى الموضوع الثاني



التفويض للصودج اختيار الكالوايا التجريبية في مادة

الرياضيات

الشخصية : علوم تجريبية

الموضوع الأول

1) تمثيل الحدود $0 < a_n < a_{n+1}$ و $a_n < a_{n+1}$ حول الفواصل :

(0,8)

إطاء دهنين حول اتجاه تغير المتتالية (a_n) وتقاربها :

(0,85)

من البيانات نلاحظ أن $0 < a_n < a_{n+1}$ و $a_n < a_{n+1}$ متزايدة على N ولاحظ أيضا أن (a_n) متقاربة نحو فاصلة نقطة تقارب (CP) مع الحسنة 0

المعادلة $y = x^2$ (x=3)

(0,88)

2) البرهان بالترجيع أنه صدق $n \in N : 0 < a_n < 3$

نمزيد $P(n)$ للخاتمة $0 < a_n < 3$

لدينا $0 < a_1 < 3$ ولها أن $0 < a_1 < 3$ فإن $P(0)$ صحيحة

نفرض أن $P(n)$ صحيحة صدق $n \in N$ أي $0 < a_n < 3$ ونبرهن أن $P(n+1)$

صحيحة أي لبرهن أن $0 < a_{n+1} < 3$

لدينا $0 < a_n < 3$ ومنه $0 < a_{n+1} < 4$ ومنه $\frac{1}{4} \leq \frac{a_n}{a_{n+1}} \leq \frac{1}{2}$

ومنه $-\frac{1}{2} \leq \frac{-4}{a_{n+1}} \leq -\frac{1}{4}$ ومنه $1 \leq 4 - \frac{4}{a_{n+1}} \leq 3$

و بالتالي $0 < a_{n+1} < 3$ وعليه $P(n+1)$ صحيحة

ومن هنا حسب مبدأ التفاضل بالترجيع نستنتج أنه صدق $n \in N : 0 < a_n < 3$

(0,8)

ن) نبيان أن (a_n) متزايدة خطاها

لدينا

$$a_{n+1} - a_n = 4 - \frac{4}{a_{n+1}} - a_n = \frac{4a_n}{a_{n+1}} - a_n = \frac{4a_n - a_n^2 - a_n}{a_{n+1}}$$

$$a_{n+1} - a_n = \frac{3a_n - a_n^2}{a_{n+1}} = \frac{a_n(3 - a_n)}{a_{n+1}}$$

ومن

لدينا $0 < a_n < 3$ ومنه $0 < a_{n+1} < 3$ و $a_n > 0$ و $3 - a_n > 0$ وعليه $a_{n+1} - a_n > 0$ و بالتالي (a_n) متزايدة على N

(n)

استنتاج أن (u_n) متقاربة

لها أن (u_n) متزايدة ومحدودة عند الأعلى فإنها متقاربة.

(3) إظهار أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq u_{n+1} - 3 \leq \frac{1}{4}(u_n - 3)$

لدينا
$$u_{n+1} - 3 = \frac{4u_n}{u_{n+1}} - 3 = \frac{4u_n - 3u_{n+1}}{u_{n+1}} = \frac{u_n - 3}{u_{n+1}}$$

لدينا كما سبق $0 \leq u_n \leq 3$ ومنه $u_{n+1} > 0$ و $u_n - 3 \leq 0$ وعليه $u_{n+1} - 3 \geq 0$ ⓐ

(9.28)

استنتاج أن (u_n) متقاربةلأن (u_n) متزايدة ومحدودة حيث $u_n \leq 3$ متقاربة(3) إثبات أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq 3 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(3 - u_n)$

$$3 - u_{n+1} = 3 - \frac{4u_n}{u_{n+1}} = \frac{3u_{n+1} + 3 - 4u_n}{u_{n+1}} = \frac{3 - u_n}{u_{n+1}}$$

لدينا كما سبق $1 \leq u_n \leq 3$ ومنه $u_{n+1} > 0$ و $3 - u_n > 0$ وعليه

$$\textcircled{1} \quad 3 - u_{n+1} > 0$$

لدينا $u_n \geq 1$ ومنه $\frac{1}{u_{n+1}} \leq \frac{1}{2}$ أي $u_{n+1} \geq 2$ ومنه

$$\textcircled{2} \quad 3 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(3 - u_n) \quad \text{وبالضرب في } \frac{3 - u_n}{u_{n+1}} \leq \frac{1}{2}(3 - u_n)$$

منه $\textcircled{1}$ و $\textcircled{2}$ نستنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq 3 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(3 - u_n)$ (4) استنتاج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq 3 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (3 - u_0)$

$$0 \leq 3 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(3 - u_n) \quad \text{لدينا كما سبق}$$

$$0 \leq 3 - u_n \leq \frac{1}{2}(3 - u_0) \quad \text{ومنه}$$

$$0 \leq 3 - u_2 \leq \frac{1}{2}(3 - u_1) \quad \text{و}$$

⋮

⋮

$$0 \leq 3 - u_n \leq \frac{1}{2}(3 - u_{n-1}) \quad \text{و}$$

بمضروب كل طرف من طرفي المتباينة $n, n-1, \dots, 2, 1$ طرف في طرف نجد

$$0 \leq (3 - u_n)(3 - u_{n-1}) \dots (3 - u_1) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (3 - u_0)(3 - u_1) \dots (3 - u_{n-1})$$

$$0 \leq 3 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (3 - u_0) \quad \text{وبالتالي}$$

(9.8)

حساب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

$$0 \leq \lim_{n \rightarrow +\infty} 3 - u_n \leq 0 \quad \text{لأن} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n (3 - u_0) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2^n} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3 \quad \text{و} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} 3 - u_n = 0$$

(2)

حل امثلة 1، 2، 3

(1) حساب $P(A)$ و $P(B)$

(0.8)
$$P(A) = \frac{A_3^2 + A_2^1}{A_5^2} = \frac{6+2}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

(0.8)
$$P(B) = \frac{2A_3^1 \times A_2^1 + A_3^2}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

(2) حساب $P(A \cap B)$ و $P(A \cup B)$

(0.8)
$$P(A \cap B) = \frac{A_3^2}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

(0.8)
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{9}{10} - \frac{3}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

(3) تعريف قانون الاحتمال X و احسوا X

x_i	1	2	3
P_i	$P(X=1) = \frac{A_3^2}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$	$P(X=2) = \frac{2A_3^1 A_2^1}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$	$P(X=3) = \frac{A_2^2}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

حساب التوقع $E(X)$

(0.8)
$$E(X) = \sum_{i=1}^3 P_i x_i = \frac{3}{10} + \frac{6}{5} + \frac{3}{10}$$

$$= \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$$

$$E(X) = \frac{9}{5}$$

و

حل تمرين الثالث:

(I) حل فضاء المعادلة $(z - \sqrt{3}) (z^2 - \sqrt{3}z + 1) = 0$ (0.15)

لدينا $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$ تكافؤ $z_2 \sqrt{3}$ أو $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$

لدينا $z_1 = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$ و $z_2 = \frac{\sqrt{3} - i}{2}$ (0.15)

و $z_3 = \sqrt{3}$

وسلحنا حلول المعادلة $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$ (0.15)

(II) لدينا $z_A = \sqrt{3} + i$ ، $z_B = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$ ، $z_C = \frac{\sqrt{3} - i}{2}$ ، $z_D = \sqrt{3}$

(1) نبيات أن النقطة A هي B بالمتجه الذي يساوي $\vec{CB}$ (0.15)

لدينا $\vec{CB} = z_B - z_C = \frac{\sqrt{3} + i}{2} - \frac{\sqrt{3} - i}{2} = i$

و $\vec{CB} = z_D - z_C = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3} - i}{2} = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$

لما أن $\vec{BA} = \vec{CB}$ فإن A هي B بالمتجه الذي يساوي $\vec{CB}$

استنتاج أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع (0.15)

لما أن $\vec{BA} = \vec{CB}$ فإن الرباعي ABCD متوازي أضلاع

(2) كتابة z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسّي

لدينا $z_A = \sqrt{3} + i = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right) = 2 e^{i \frac{\pi}{6}}$ (0.15)

$z_B = e^{i \frac{\pi}{6}}$ ، $z_C = \frac{\sqrt{3} - i}{2} = e^{-i \frac{\pi}{6}}$

نبيات أن $\left(\frac{z_A}{2} \right)^{2021} \times (z_B)^{1441} \times (z_C)^{1962} = 1$ (0.15)

لدينا $\left(\frac{z_A}{2} \right)^{2021} \times (z_B)^{1441} \times (z_C)^{1962} = e^{i \left(\frac{2021\pi}{6} + \frac{1441\pi}{6} - \frac{1962\pi}{6} \right)}$

$= e^{i 250\pi} = \cos(0) + i \sin(0) = 1$

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \right) E - i$$

١٤ | اقبس^٢ حبيبة^١ لدحول^١ لدحول^٢ مع دهر^٢ عناهر^١ لدحر^٢؛

لدينا $\left| \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \right|_2 = 1$ $\sum \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \right) \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$

وخطی دو، ان را ولید می‌دهد: $\frac{1}{3} + k_2 \pi$ $A_{2y} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \right)^2$ و صدرا

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{b}{1-a} = \frac{-2}{\frac{1-\sqrt{3}}{2}}$$

الفصل في ذات الحقيقة

$$Z_{Q^2} = \frac{-2i}{1-\sqrt{3}i} = \frac{-2i(1+\sqrt{3}i)}{4} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}i = Z_C$$

وَبِالْقَالِ فِدْوَانٍ يَا وَلِيَّ $\frac{\pi}{3}$ Θ_2 وَمَرْزِهِ لِنُوقِلَهُ C .

(ج) بیان آن الذمیلۃ فیہو، ذمۃ بالتحویل

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) \varepsilon_D^{-2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) \sqrt{3}^{-2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i - i^2 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i = i^3$$

ABCD

استنتاج: $\sum_{i=1}^n \log_i 2 = \log_2 n$ و $\log_2 n$ و $\log_2 n$

لما أن B هو D بالتحول $\frac{1}{3}$ فإن CB_2CD و $(CB;CB)_2 \frac{1}{3}$

وعليه لهذا

لدينا هنا نسبة الرابع $ABCD$ متوازي أضلاع ولها أن $CB = CD$

(١٥) $\text{Arg}(z - z_B) = \text{Arg}(\bar{z} - \bar{z}_B)$

$$\text{Arg}(z - z_B) = \text{Arg}(\bar{z} - \bar{z}_B) + 2k\pi$$

$$A_{2y}(z - z_B) = A_{2g}(\overline{z - z_B}) + 2kT$$

$$A_{2y}(z - z_B) = -A_{2y}(z - z_B) + 2k\pi$$

$$A_{29} (z - z_B)^2 = 2k\pi$$

و تكافئ $2Azy(z-z_B) = 2k\bar{n}$ أي $(\bar{n}; BM) = k\bar{n}$ وبالتالي المجموعة (E) هي مجموعة (BM) لـ z_2 على z_1 حامل z_1 مع الفواصل z_1 ، z_2 ، z_3 ، z_4 ، z_5 ، z_6 ، z_7 ، z_8 ، z_9 ، z_{10} ، z_{11} ، z_{12} ، z_{13} ، z_{14} ، z_{15} ، z_{16} ، z_{17} ، z_{18} ، z_{19} ، z_{20} ، z_{21} ، z_{22} ، z_{23} ، z_{24} ، z_{25} ، z_{26} ، z_{27} ، z_{28} ، z_{29} ، z_{30} ، z_{31} ، z_{32} ، z_{33} ، z_{34} ، z_{35} ، z_{36} ، z_{37} ، z_{38} ، z_{39} ، z_{40} ، z_{41} ، z_{42} ، z_{43} ، z_{44} ، z_{45} ، z_{46} ، z_{47} ، z_{48} ، z_{49} ، z_{50} ، z_{51} ، z_{52} ، z_{53} ، z_{54} ، z_{55} ، z_{56} ، z_{57} ، z_{58} ، z_{59} ، z_{60} ، z_{61} ، z_{62} ، z_{63} ، z_{64} ، z_{65} ، z_{66} ، z_{67} ، z_{68} ، z_{69} ، z_{70} ، z_{71} ، z_{72} ، z_{73} ، z_{74} ، z_{75} ، z_{76} ، z_{77} ، z_{78} ، z_{79} ، z_{80} ، z_{81} ، z_{82} ، z_{83} ، z_{84} ، z_{85} ، z_{86} ، z_{87} ، z_{88} ، z_{89} ، z_{90} ، z_{91} ، z_{92} ، z_{93} ، z_{94} ، z_{95} ، z_{96} ، z_{97} ، z_{98} ، z_{99} ، z_{100} ، z_{101} ، z_{102} ، z_{103} ، z_{104} ، z_{105} ، z_{106} ، z_{107} ، z_{108} ، z_{109} ، z_{110} ، z_{111} ، z_{112} ، z_{113} ، z_{114} ، z_{115} ، z_{116} ، z_{117} ، z_{118} ، z_{119} ، z_{120} ، z_{121} ، z_{122} ، z_{123} ، z_{124} ، z_{125} ، z_{126} ، z_{127} ، z_{128} ، z_{129} ، z_{130} ، z_{131} ، z_{132} ، z_{133} ، z_{134} ، z_{135} ، z_{136} ، z_{137} ، z_{138} ، z_{139} ، z_{140} ، z_{141} ، z_{142} ، z_{143} ، z_{144} ، z_{145} ، z_{146} ، z_{147} ، z_{148} ، z_{149} ، z_{150} ، z_{151} ، z_{152} ، z_{153} ، z_{154} ، z_{155} ، z_{156} ، z_{157} ، z_{158} ، z_{159} ، z_{160} ، z_{161} ، z_{162} ، z_{163} ، z_{164} ، z_{165} ، z_{166} ، z_{167} ، z_{168} ، z_{169} ، z_{170} ، z_{171} ، z_{172} ، z_{173} ، z_{174} ، z_{175} ، z_{176} ، z_{177} ، z_{178} ، z_{179} ، z_{180} ، z_{181} ، z_{182} ، z_{183} ، z_{184} ، z_{185} ، z_{186} ، z_{187} ، z_{188} ، z_{189} ، z_{190} ، z_{191} ، z_{192} ، z_{193} ، z_{194} ، z_{195} ، z_{196} ، z_{197} ، z_{198} ، z_{199} ، z_{200} ، z_{201} ، z_{202} ، z_{203} ، z_{204} ، z_{205} ، z_{206} ، z_{207} ، z_{208} ، z_{209} ، z_{210} ، z_{211} ، z_{212} ، z_{213} ، z_{214} ، z_{215} ، z_{216} ، z_{217} ، z_{218} ، z_{219} ، z_{220} ، z_{221} ، z_{222} ، z_{223} ، z_{224} ، z_{225} ، z_{226} ، z_{227} ، z_{228} ، z_{229} ، z_{230} ، z_{231} ، z_{232} ، z_{233} ، z_{234} ، z_{235} ، z_{236} ، z_{237} ، z_{238} ، z_{239} ، z_{240} ، z_{241} ، z_{242} ، z_{243} ، z_{244} ، z_{245} ، z_{246} ، z_{247} ، z_{248} ، z_{249} ، z_{250} ، z_{251} ، z_{252} ، z_{253} ، z_{254} ، z_{255} ، z_{256} ، z_{257} ، z_{258} ، z_{259} ، z_{260} ، z_{261} ، z_{262} ، z_{263} ، z_{264} ، z_{265} ، z_{266} ، z_{267} ، z_{268} ، z_{269} ، z_{270} ، z_{271} ، z_{272} ، z_{273} ، z_{274} ، z_{275} ، z_{276} ، z_{277} ، z_{278} ، z_{279} ، z_{280} ، z_{281} ، z_{282} ، z_{283} ، z_{284} ، z_{285} ، z_{286} ، z_{287} ، z_{288} ، z_{289} ، z_{290} ، z_{291} ، z_{292} ، z_{293} ، z_{294} ، z_{295} ، z_{296} ، z_{297} ، z_{298} ، z_{299} ، z_{300} ، z_{301} ، z_{302} ، z_{303} ، z_{304} ، z_{305} ، z_{306} ، z_{307} ، z_{308} ، z_{309} ، z_{310} ، z_{311} ، z_{312} ، z_{313} ، z_{314} ، z_{315} ، z_{316} ، z_{317} ، z_{318} ، z_{319} ، z_{320} ، z_{321} ، z_{322} ، z_{323} ، z_{324} ، z_{325} ، z_{326} ، z_{327} ، z_{328} ، z_{329} ، z_{330} ، z_{331} ، z_{332} ، z_{333} ، z_{334} ، z_{335} ، z_{336} ، z_{337} ، z_{338} ، z_{339} ، z_{340} ، z_{341} ، z_{342} ، z

5

حل تمرين الرابع :

(1,28)

(I) لدينا $g(x) = x - 3 + 4 \ln(x+1)$ حيث $g \in]-1, +\infty[$
 (ن) دالة تغيرات لـ g :
 حساب النهايات :

$$\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = -\infty ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

حساب $g'(x)$:

الدالة قابلة للتفاضل على المجال $] -1, +\infty[$ حيثه

$$g'(x) = 1 + \frac{4}{x+1} > 0$$

لما $g'(x) > 0$ فإن g دالة متزايدة فاما على المجال $] -1, +\infty[$
 فتشكل جدول تغيرات لـ g :

x	-1	α	$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$	$-\infty$		$+\infty$

(2) | بيان أن لمعادلة $g(x) = 0$ حل واحد α في المجال $] -1, +\infty[$:
 لدينا دالة مستمرة وناهية فاما على المجال $] -1, +\infty[$ ولما $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) < 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) > 0$ فإنه حسب مبدأ القيمة المتوسطة نستنتج أنه لمعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $] -1, +\infty[$.

(0,28)

الآن نثبت أن $0,74 < \alpha < 0,76$
 لما $g(0,74) = -0,04$ و $g(0,76) = 0,02$ فإن $g(0,74) < 0$ و $g(0,76) > 0$

$$0,74 < \alpha < 0,76$$

(ن) استنتج حسب مبدأ القيمة المتوسطة $g(x)$:

(0,28)

x	-1	α	$+\infty$
$g(x)$		-	+

$P_f =]-1, +\infty[$ لدينا $f(x) = \ln(x+1) - \frac{4\ln(x+1)}{x+1}$ (2)

(0.8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ (1) f | $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \ln(x+1) \left(1 - \frac{4}{x+1}\right) = +\infty$ لدينا

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x+1) - \frac{4\ln(x+1)}{x+1} = +\infty$

(0.8) $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ $x \in]-1, +\infty[$ f | $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

لدينا الدالة f قابلة للتفاضل على P_f حيث $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

$f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{4}{(x+1)^2} \times (x+1) - 4\ln(x+1)$

$= \frac{1}{x+1} - \frac{4 - 4\ln(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{x+1 - 4 + 4\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

$f'(x) = \frac{x-3+4\ln(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ومنه

(0.5) f | $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ f | $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

x	-1	α	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

(0.8) $f(\alpha) = \frac{-(\alpha-3)^2}{4(\alpha+1)}$ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

$f(\alpha) = \frac{3-\alpha}{4} - \frac{3-\alpha}{\alpha+1} = (3-\alpha) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\alpha+1} \right)$ ومنه

$= (3-\alpha) \left(\frac{\alpha-3}{4(\alpha+1)} \right) = -\frac{(\alpha-3)^2}{4(\alpha+1)}$

(7)

$$g(d) = - \frac{(d-3)^2}{4(d+1)} \quad \text{و عند}$$

0,28

$$\lim_{x \rightarrow d} \frac{g(x) - g(d)}{x - d}$$

ج. أحيثما دون حساب

$$g'(d) = \frac{g(d)}{(d+1)^2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow d} \frac{g(x) - g(d)}{x - d} = g'(d) = 0 \quad \text{لدينا}$$

0,28

التفسير لبياننا: نقول أن (ق) أفضل مما ساعدنا على إيجاد الحل من العوامل في الجدول لأن لفظة (ق) هي

$$D_p =]-1, +\infty[\quad \text{مع} \quad h(x) = \ln(x+1) \quad \text{لدينا (3)}$$

0,28

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) - h(x)$$

أ/ حساب

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) - h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -4 \frac{\ln(x+1)}{x+1} = 0 \quad \text{لدينا}$$

0,25

التفسير لبياننا:

نقول أن (ق) (Cp) متفاد بأن عند +∞

0,8

(ق) د، أصلاً، لو فتح، لسيكون (ق) و (Cp)

$$\ln(x+1) > 0 \quad \text{بما يكفي} \quad -4 \frac{\ln(x+1)}{x+1} > 0 \quad \text{لدينا} \quad g(x) - h(x) > 0 \quad \text{بما يكفي}$$

أما $x+1 \geq 1$ و $x \geq 0$ وعليه لو فتح، لسيكون (ق) و (Cp)

الجدول التالي:

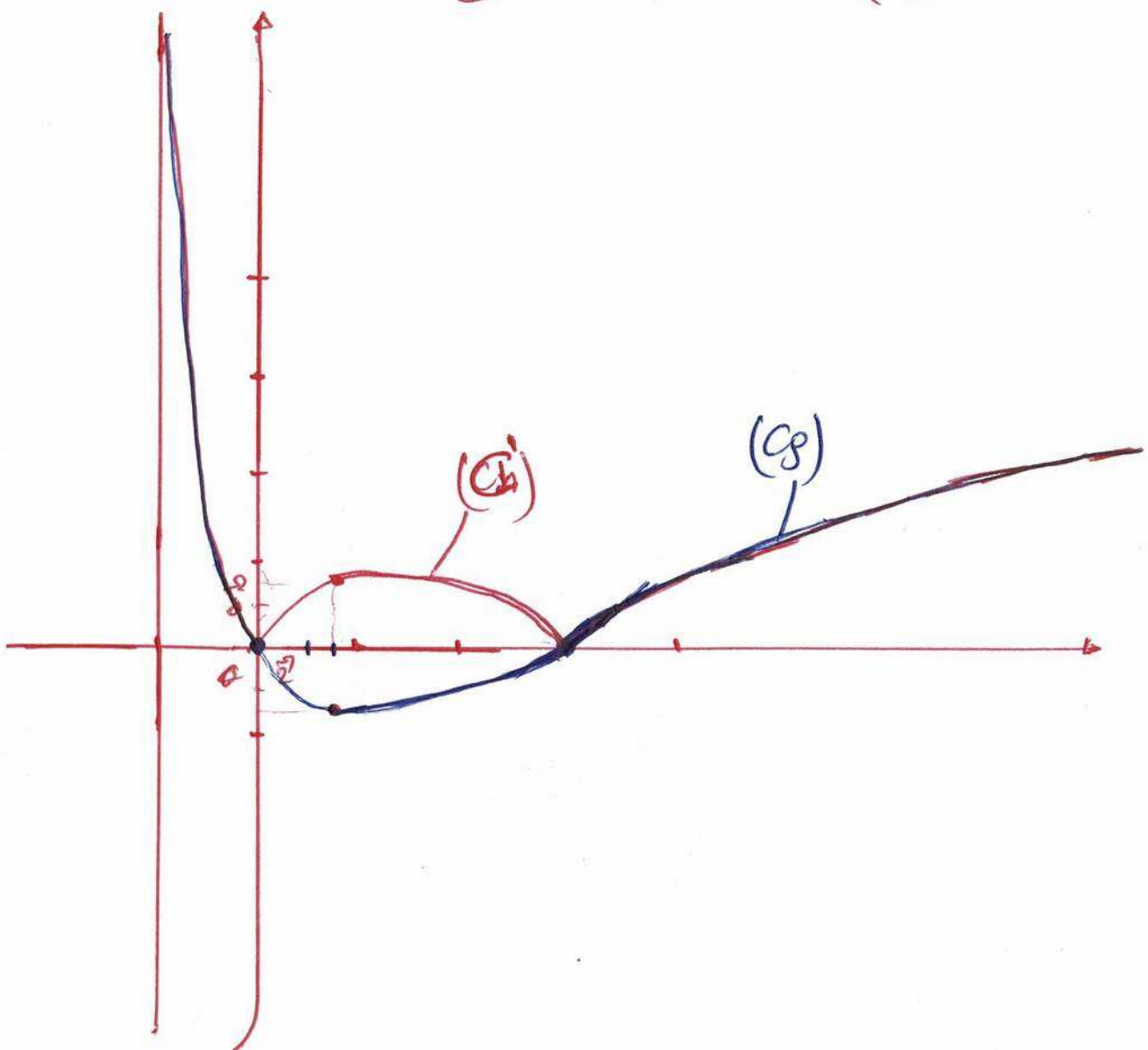
x	-1	0	+∞
$g(x) - h(x)$		+	-
الفتح القصي		(ق) أعلى (Cp) (Cn)	(ق) أسفل (Cp) (Cn)

$$\{x=3, y=1\}$$

وعلى

$$(c\mathcal{F}) \cap (y\mathcal{Y}) = \{(0, 0)\}$$

ج. رسم (9) ثم رسم (C')، ثم $\frac{1}{2}$ ميل بياني للدالة (9): (98)



الموضوع : التفاضل

حل الممرين الأول

$\begin{matrix} R_1 & R_2 & N_1 & \\ R_1 & R_2 & N_2 & N_3 \end{matrix}$

(1) حساب احتمال تلامس الحوادث (تفاضل)

$$(0.8) P(A) = \frac{C_4^3 + C_3^3}{C_7^3} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

$$(0.8) P(B) = \frac{C_3^3 + C_3^2 \times C_3^1 + C_3^2 \times C_1^1}{35} = \frac{13}{35}$$

$$(0.8) P(C) = \frac{C_3^3 + C_3^1 \times C_3^1 \times C_1^1 + 2 \times C_3^2 \times C_3^1 + C_3^2 \times C_1^1}{35}$$

$$= \frac{31}{35}$$

(2) تعريف قانون الاحتمال للتوزيع الاحتمالي

x_i	1	2	3	4	6	8	12
P_i	$\frac{1}{35}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{1}{35}$	$\frac{3}{35}$

$$P(X=1) = \frac{C_3^3}{35} = \frac{1}{35}, \quad P(X=2) = \frac{C_3^2 \times C_3^1}{35} = \frac{9}{35}$$

$$P(X=3) = \frac{C_3^2 \times C_1^1}{35} = \frac{3}{35}, \quad P(X=4) = \frac{C_3^2 \times C_3^1}{35} = \frac{9}{35}$$

$$P(X=6) = \frac{C_3^1 \times C_3^1 \times C_1^1}{35} = \frac{9}{35}, \quad P(X=8) = \frac{C_3^3}{35} = \frac{1}{35}$$

$$P(X=12) = \frac{C_3^2 \times C_1^1}{35} = \frac{3}{35}$$

$$(0.5) E(X) = \frac{1 + 18 + 9 + 36 + 54 + 8 + 36}{35} = \frac{162}{35}$$

حساب $E(X)$

حل تمرين الثاني:

$$V_n = U_n - e^n$$

لدينا $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}e U_n + \frac{2}{3}e^{n+1} \end{cases}$

(أ) إبان أن (V_n) متناقص هندسي أساسها $\frac{1}{3}e$ وبالمقابل حساب طرفي القسمة

لدينا
$$\begin{aligned} V_{n+1} = U_{n+1} - e^{n+1} &= \frac{1}{3}e U_n + \frac{2}{3}e^{n+1} - e^{n+1} \\ &= \frac{1}{3}e U_n - \frac{1}{3}e^{n+1} = \frac{1}{3}e U_n - \frac{1}{3}e \cdot e^n \end{aligned}$$

ومن ثم
$$V_{n+1} = \frac{1}{3}e (U_n - e^n) = \frac{1}{3}e V_n$$

وبالمقابل (V_n) متناقص هندسي أساسها $\frac{1}{3}e$ وبالمقابل

$$V_0 = U_0 - e^0 = 2 - 1 = 1$$

(0,28)

(ب) كتابة V_n بالأس e^n

لدينا من أجل $n \in \mathbb{N}$
$$V_n = V_0 \times \left(\frac{1}{3}e\right)^n = \left(\frac{1}{3}e\right)^n$$

(0,28)

استنتاج U_n بالأس e^n

لدينا
$$U_n = V_n + e^n = \left(\frac{1}{3}e\right)^n + e^n$$
 ومن ثم $V_n = U_n - e^n$

(ج) حساب T_n بالأس e^n بالجمع T_n جديد

(0,28)
$$T_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{3}e\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}e} = \frac{1 - \left(\frac{1}{3}e\right)^{n+1}}{\frac{2}{3}e} = \frac{3}{2}e \left(1 - \left(\frac{1}{3}e\right)^{n+1}\right)$$

(د) لدينا $W_n = \ln(U_n - V_n)$

لأن $n \in \mathbb{N}$ بالأس e^n

(0,18)

$$W_n = n$$

$$W_n = \ln(U_n - V_n) = \ln e^n = n$$

(هـ) إبان أن (W_n) متناقص حسابي وبالمقابل حساب طرفي القسمة

(0,28)

لدينا
$$W_{n+1} = W_n + 1$$
 ومن ثم (W_n) حسابي أساسها 1، و

$$W_0 = 0$$

$$S_n = W_1^2 + W_2^2 + \dots + W_n^2$$

البرهان بالمثل $n \in \mathbb{N}$ بالأس e^n

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(0,28)

نرمز $P(n)$ للاختبار
$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(2)

$$S_1 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{6} = 1$$

$$S_2 = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{6} = 5$$

و من $P(n)$ نحصل على $P(n+1)$ ونفرض أن $P(n)$ صحيحة ما يجب أن $n \in \mathbb{N}$ ونفرض أن $P(n+1)$ صحيحة ما يجب أن $n+1 \in \mathbb{N}$

$$S_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$$

$$S_{n+1} = S_n + W_{n+1}^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2$$

$$S_{n+1} = \frac{n(n+1)(2n+1) + 6(n+1)^2}{6}$$

$$= \frac{(n+1)(2n^2 + n + 6n + 6)}{6}$$

$$= \frac{(n+1)(2n^2 + 7n + 6)}{6}$$

$$(n+2)(2n+3) = 2n^2 + 7n + 6$$

$$S_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$$

و من $P(n+1)$ نحصل على $P(n+2)$ ونفرض أن $P(n+1)$ صحيحة ما يجب أن $n+1 \in \mathbb{N}$ ونفرض أن $P(n+2)$ صحيحة ما يجب أن $n+2 \in \mathbb{N}$

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

حل المسألة الثالثة

لدينا $z_A = 2i$ و $z_B = \sqrt{2} + i$ و $z_C = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$

1) أ) كتابة كل من z_A و z_B و z_C على الشكل القطبي (المثلثي) $z = r(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$

$$z_A = 2 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right), \quad z_B = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

$$z_C = 2 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

استنتاج أن لنقط A و B و C تقع على الدائرة Γ التي مركزها O ونصف قطرها 2

$$OA = OB = OC = 2$$

$$|z_A| = |z_B| = |z_C| = 2$$

ومن هنا لنقط A و B و C تقع على الدائرة Γ التي مركزها O ونصف قطرها 2

ب) أجبني فيكون n الذي يكون من أجلها z_B^n حقيقياً سالباً

$$z_B^n = 2^n \left(\cos \frac{n\pi}{6} + i \sin \frac{n\pi}{6} \right) = \pi + 2k\pi$$

$$n = 6 + 12k$$

$$\frac{n\pi}{6} = \pi + 2k\pi \quad k \in \mathbb{N}$$

2) أ) كتابة $\frac{z_C}{z_B}$ على الشكل الجبري $z = x + iy$ الشكل المثلثي

$$\frac{z_C}{z_B} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}i}{\sqrt{2} + i} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{2}i)(\sqrt{2} - i)}{(\sqrt{2} + i)(\sqrt{2} - i)} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}i + \sqrt{6}i + \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}i$$

$$\frac{z_C}{z_B} = \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} \right) = \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}$$

ب) استنتاج أن $\frac{z_C}{z_B}$ يقع على المحور الحقيقي $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$

داخل دائرة Γ التي مركزها O ونصف قطرها 2

$$\begin{cases} \cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \\ \sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \end{cases}$$

0,25 x 2

(3) دنیا

2

$$\sum_{i=1}^n z_i \in \mathbb{C}^n \quad \text{و.ا.}$$

Oliver

$0,25 \times 3$

$$Z_{\Omega_2} = \frac{b}{1-a} = \frac{4+2i}{1-2i} = \frac{(4+2i)(1+2i)}{5} = \frac{4+8i+2i-4}{5}$$

$$\frac{LS}{2} \approx 1$$

(4) $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ (مصفوفة U)

0,78

$$|\bar{z} - \bar{z}_B| = |-1 - 2i| = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

R

N

ومن المجموع ٥ هجاء، اعراس، لسان، حمة [AB]

5

حل آخرين الرابع :

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$g(x) = e^{2x} - 4x - 1$$

(I) لدينا

(1) > استراتيجيات لالة g :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} \left(e^{-2x} - 4x^{-2} - \frac{1}{e^{2x}} \right) = +\infty$$

حساب $g'(x)$:

$$g'(x) = 2e^{2x} - 4$$

لدينا هنا أجل $x \in \mathbb{R}$:

استراتيجيات حساب في x كسافة $g'(x)$:

لدينا $g'(x) = 0$ يكافئ $2e^{2x} - 4 = 0$ أي $e^{2x} = 2$ و $x = \ln \sqrt{2}$ ومنه كسافة $g'(x)$ تكون كالآتي :

x	$-\infty$	$\ln \sqrt{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+

ومنه لالة g متناقصة على $]-\infty; \ln \sqrt{2}]$

ومتزايدة على $[\ln \sqrt{2}; +\infty[$

نستعمل جدول آخرات لالة g :

x	$-\infty$	0	$\ln \sqrt{2}$	q	$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	$+\infty$				$+\infty$

$$g(\ln \sqrt{2}) = e^{2 \ln \sqrt{2}} - 4 \ln \sqrt{2} - 1 = 2 - \ln 4 - 1 = 1 - \ln 2$$

(2) بيان أن لمعادلة $g(x) = 0$ فصل حلين أحدهما $0,62$ والآخر $0,64$

$$0,62 < x < 0,64$$

د

(0,28)

$$g(0) = 0$$

لدينا

لدينا، لـ g مستمرة و $\frac{1}{2}$ على $[0, 1]$ (0.8)

وبذلك نحصل على $g(0,62) < 0$ و $g(0,64) > 0$ (0.8)
 إذن $\begin{cases} g(0,62) < 0,02 \\ g(0,64) > 0,03 \end{cases}$ ومنه حسب مبدأ القيمة المتوسطة يوجد ξ في $(0,62, 0,64)$ بحيث $g(\xi) = 0$

المعادلة $g(x) = 0$ قبل $x = \frac{1}{2}$ و $x = \frac{1}{2}$ (0.8)
 عند $x = \frac{1}{2}$ نلاحظ أن $g(\frac{1}{2}) = 0$ قبل $x = \frac{1}{2}$ و $x = \frac{1}{2}$ (0.8)
 و $0,62 < \xi < 0,64$

ب) استنتاج x من $g(x) = 0$ (0.8)

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g(x)$	+	+	-	+

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ حيث $f(x) = (2x + \frac{3}{2})e^{-2x} + x - 1$ (II)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (1)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \frac{3}{2})e^{-2x} + x - 1 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{e^{2x}} + \frac{3}{2e^{2x}} + x - 1 = +\infty$$

ب) نريد أن نجد x من $f(x) = 0$ (0.8)
 لدينا $f(x) = 0$ (0.8)
 $f'(x) = 2e^{-2x} - 2e^{-2x}(2x + \frac{3}{2}) + 1$
 $= e^{-2x}(2 - 4x - 3 + e^{2x}) = e^{-2x}(e^{2x} - 4x - 1)$

ومن هنا نلاحظ أن $f'(x) = e^{-2x}g(x)$ (0.8)

$$f(0) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	-	+
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$f(\frac{1}{2})$	$+\infty$

(7)

(2) ثَبِّينَ أَنَّ الدَّوَّجَةَ $\left(\frac{1}{4}; 2e^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right)$ نُقْطَةُ انْفِطَالٍ - (9). (10)

$$f'(x) = e^{-2x} g(x)$$

$$f'(x) = -2e^{-2x} g(x) + g'(x) e^{-2x}$$

$$= e^{-2x} (-2g(x) + g'(x))$$

$$= e^{-2x} (-2e^{2x} + 8x + 2 + 2e^{2x} - 4)$$

$$f''(x) = 2(8x - 2)e^{-2x}$$

لدينا $20(x) f''(x)$ تكافؤ $\frac{1}{4} x_2$ ومنه $x_2 = 4$ $f''(x)$ يكون $f''(x_2)$

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$g''(x)$	$-$	0	$+$

لما أن
النقطة ~

أخذت من أجل $\frac{1}{y}$ و x_2 غير طسًا، آها فإن

$(\frac{1}{y} \text{ ز } e^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{4})$

أي $(\frac{1}{y} \text{ ز } \frac{1}{4})$

توہلۃ الخفاف (CP) لائن :

$$8\left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right) e^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{4} - 1 = 2e^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{4}$$

(3) بيان أن المستقيم (A) ذو المعادلة $y = x - 1$ معارٍ حائل لـ (B) عند $(0, -1)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = (x-1)e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + \frac{3}{2})} e^{-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{e^{2x}} + \frac{3}{2e^{2x}} = 0 \quad \text{L'Hôpital}$$

و منه (۵) حقاً، بـ ماثل لـ (هـ) ع ند

حاصل الفرض الثاني (ب) و (د) :

$$e^{-2x} \neq 0 \quad \text{SD} \quad 2x + \frac{3}{2} = 0 \quad \text{L2} \quad f(x) = (x-1) = 0 \quad \text{L2} \quad x_2 = -\frac{3}{4} \quad \text{L2} \quad 2x_2 = -\frac{3}{2}$$

وعلیه اربعه $\frac{1}{2}$ و نصفی $\frac{1}{2}$ و کالت $\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$-\frac{3}{4}$	$1/4$	$1/2$	$+\infty$
$g(x) - y$		-	0	+	
الوضع النقطة		(CP) الضحلة (Δ)	(CP) نقطة (Δ)	(CP) موجة (Δ)	

د. ثبوت أن (C) يقبل معكسا (T) موازنا لـ (M) يطلبه تعيين معادلة له

لدينا $1 = g(x) = x^2 - 4x - 120$ و من (8) $\alpha_2 = -\frac{1}{4}$ وعليه (C) يقبل معكسا (T) موازنا لـ (M) معادلة له

$$y = x + \frac{1}{4} + g\left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$g\left(-\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)e^{\frac{1}{2}} - \frac{5}{4} = \sqrt{e} - \frac{5}{4}$$

ومن (T) $y = x + \frac{1}{4} + \sqrt{e} - \frac{5}{4}$ معادلة لـ (T)

$$y = x + \sqrt{e} - 1$$

سـ

(4) اشرح ثلاث من (A)، (T)، و (C) : (9) (8) (7)

