

التمرين الأول:

(Un) متتالية حسابية حدها الأول U_0 .

1- أحسب U_2 علماً أنّ: $U_1 + U_3 = 14$.

2- أحسب U_4 علماً أنّ: $U_3 + U_4 + U_5 = 27$.

3- أحسب الأساس r .

4- أحسب U_0 .

5- أوجد عبارة الحد العام U_n بدلالة n .

التمرين الثاني:

$N ; M ; L$ ثلاثة حدود متتابعة من متتالية حسابية متزايدة أساسها r .

حيث: $L + M + N = 15$

1- أ)- أحسب M ثم أكتب L و N بدلالة r .

علماً أنّ: $L \times N = -24$

ب)- عين الأساس r ثم استنتج N و L .

2- (Un) متتالية حسابية حدها الأول $U_0 = -2$ و أساسها 7 .

أ)- عبر عن الحد العام U_n بدلالة n .

ب)- أحسب U_{13} ثم استنتج المجموع $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{13}$

3- (Vn) متتالية عددية معرفة بـ $3V_n - U_n = 0$

-أحسب المجموع $S_v = V_0 + V_1 + \dots + V_{13}$

التمرين الثالث

(Wn) متتالية معرفة على N كما يلي: $W_n = -7n + 5$.

1- أحسب $W_1 ; W_0$.

2- أثبت أنّ: (Wn) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها r .

3- عين قيمة n بحيث $W_n = -100$.

4- أحسب بدلالة n المجموع $S_n = W_0 + W_1 + \dots + W_n$

- السمة الثالثة

كائوي

- سبب الأدوات

التمرين الأول :

(U_n) متتالية حسابية حدما الأول U_1 .

1- أحسب U_4 علما أن $U_3 + U_4 = 14$

نعلم أن : $U_{n+1} = U_n + r$ في المتتالية الحسابية إذا

$$U_3 = U_2 + r \quad \dots \dots (1)$$

$$U_2 = U_1 + r \quad \text{و}$$

$$U_4 = U_3 + r \quad \dots \dots (2)$$

نعوض (1) و (2) في $U_3 + U_4 = 14$ فنجد :

$$U_2 - r + U_2 + r = 14$$

$$2U_2 = 14 \quad ; \quad U_2 = \frac{14}{2} = 7$$

$$U_2 = 7$$

2- أحسب U_4 علما أن : $U_3 + U_4 + U_5 = 27$

$$U_4 = U_3 + r$$

$$U_3 = U_4 - r \quad \dots \dots (1)$$

$$U_5 = U_4 + r \quad \dots \dots (2)$$

نعوض (1) و (2) في $U_3 + U_4 + U_5 = 27$ فنجد :

$$U_4 - r + U_4 + U_4 + r = 27$$

$$3U_4 = 27 \quad ; \quad U_4 = \frac{27}{3} = 9$$

$$U_4 = 9$$

3- أحسب (لأساس) r : نعلم أن : $U_{n+1} = U_n + r$

$$U_4 = U_3 + r \quad ; \quad U_3 = U_2 + r$$

$$U_4 = U_2 + r + r \Rightarrow U_4 = U_2 + 2r$$

$$9 = 7 + 2r$$

$$2r = 9 - 7 \Rightarrow 2r = 2 \Rightarrow r = \frac{2}{2} = 1$$

4 - أحسب U_0 :

لإيجاد U_0 : لدينا عبارة الحد العام :

$$U_n = U_0 + nr$$

$$U_2 = U_0 + 2 \times 1$$

$$U_2 = U_0 + 2$$

$$7 = U_0 + 2$$

$$U_0 = 7 - 2 = 5$$

$$U_0 = 5$$

5 - أوجد عبارة الحد العام U_n بدلالة n :

$$U_n = U_0 + nr$$

$$U_n = 5 + n \times 1$$

$$U_n = 5 + n$$

التمرين الثاني :

L, M, N ثلاثة حدود متتابعة من متتالية حسابية متزايدة أساسها r .

$$\text{حيث: } L + M + N = 15$$

(1) - أ حسب M ثم أكتب L و N بدلالة r .

$$\text{حساب } M : \text{ لدينا المتتالية الحسابية : } U_{h+1} = U_h + r$$

$$N = M + r \quad \dots \dots (1)$$

$$M = L + r \Rightarrow L = M - r \quad \dots \dots (2)$$

نعوض (1) و (2) في : $L + M + N = 15$

$$M - r + M + M + r = 15$$

$$3M = 15 \Rightarrow M = \frac{15}{3} = 5 ; \boxed{M = 5}$$

كتابة L و N بدلالة r :

$$M = L + r$$

$$L = M - r$$

$$\boxed{L = 5 - r}$$

$$N = M + r$$

$$\boxed{N = 5 + r}$$

ب) علمائنا : $L \times N = -24$: عين الأساس r ثم استنتج L و N :

$$L \times N = (5 - r)(5 + r) = 5^2 - r^2 = -24$$

$$r^2 = 25 + 24$$

$$r^2 = 49$$

$$r = \sqrt{49} = 7$$

$$r = -\sqrt{49} = -7$$

لكن نأخذ : $\boxed{r = 7}$

لأن U_h متتالية متزايدة و $r > 0$

استنتاج L و N :

$$L = 5 - r$$

$$L = 5 - 7 = -2$$

$$L = -2$$

$$N = 5 + r$$

$$N = 5 + 7 = 12$$

$$N = 12$$

(ع) متتالية حسابية حدها الأول $U_0 = -2$ واساسها 7
(ف) - عي عن الحد العام U_n بدلالة n :

$$U_n = U_0 + nr \quad \text{لدينا}$$

$$U_n = -2 + 7n$$

$$U_{13} = -2 + 7 \times 13$$

(ب) احسب U_{13} :

$$U_{13} = -2 + 91 = 89$$

$$U_{13} = 89$$

استنتاج المجموع :

$$S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{13} = (U_0 + U_{13}) \times \frac{14}{2}$$

$$S = (-2 + 89) \times \frac{14}{2}$$

$$S = 609$$

3 - (V_n) متتالية عددية معرفة بـ : $3V_n - U_n = 0$

- احسب المجموع : $S_V = V_0 + V_1 + \dots + V_{13}$

$$3V_n - U_n = 0 \quad \text{لدينا}$$

$$3V_n = U_n \quad ; \quad V_n = \frac{U_n}{3}$$

$$S_V = \frac{U_0}{3} + \frac{U_1}{3} + \dots + \frac{U_{13}}{3} \quad \text{ومنه}$$

$$S_V = \frac{S}{3} = \frac{609}{3} = 203 \quad ; \quad S_V = 203$$

التمرين الثالث :

(W_n) متتالية معرفة على N كما يلي : $W_n = -7n + 5$

(1) - أحسب W_0 و W_1 :

لدينا : $W_n = -7n + 5$

$$W_0 = -7 \times 0 + 5 \Rightarrow W_0 = 5$$

$$W_1 = -7 \times 1 + 5 \Rightarrow W_1 = -2$$

(2) - أثبت أن : (W_n) متتالية حسابية يحدد أساسا r :

$$W_{n+1} - W_n = -7(n+1) + 5 - (-7n + 5)$$

$$= -7n - 7 + 5 + 7n - 5$$

$$= -7$$

$$W_{n+1} - W_n = -7$$

$$r = -7 \text{ ومنه}$$

ومنه (W_n) متتالية حسابية أساسا $r = -7$

(3) - عيّن قيمة n بحيث $W_n = -100$

$$W_n = -7n + 5 = -100$$

$$-7n = -100 - 5$$

$$-7n = -105 \Rightarrow n = \frac{-105}{-7} = 15$$

$$\text{ومنه : } n = 15$$

$$S_n = W_0 + W_1 + \dots + W_n$$

(4) حساب المجموع بدلالة n

$$S_n = (W_0 + W_n) \frac{(n+1)}{2} = (5 + (-7n+5)) \frac{(n+1)}{2}$$

$$S_n = (-7n + 10) \frac{(n+1)}{2}$$