



على المترشح أن يختار احد الموضوعين الأتيين :

الموضوع الأول

(في كل التمارين تثن كل محاولة جادة مهما كانت بسيطة)

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{4}{3}$.

(أ) أحسب كلا من u_1 ، u_2 و u_3 .

(ب) اعط تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) المتتالية العددية (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \alpha u_n - 4(\alpha + 1)$ حيث α عدد حقيقي.

(أ) جد العدد الحقيقي α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ ثم احسب حددها الأول.

(ب) بين انه من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $u_n = \frac{16}{3} - \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$.

- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(4) أكتب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + \frac{4}{3}v_1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 v_2 + \dots + \left(\frac{4}{3}\right)^n v_n$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي صندوق 10 كرات متماثلة لا نفرق بينها عن اللمس، منها 04 كرات بيضاء مرقمة بـ 1; 2; 2; 2 وثلاث كرات حمراء مرقمة

بـ: 1; 0; 2 وكرتان خضراء مرقمة بـ: 0; 1 وكربة سوداء مرقمة بـ: 0.

نسحب عشوائياً في أن في أن واحد أربع كريات من هذا الصندوق.

نعتبر الأحداث A : "الكريات المسحوبة من ألوان مختلفة" و B : "الكريات المسحوبة تحمل لونين فقط" و

C : "الكريات المسحوبة تحمل على الأقل رقم زوجي".

(1) أـ بين أن $P(B) = \frac{29}{105}$ ثم أحسب: $P(A)$ و $P(C)$.

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب العدد اللون المحصل عليها.

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

(3) نسحب الآن عشوائياً على التوالي ومن دون إرجاع أربع كريات من هذا الصندوق.

(4) نعتبر الحادث D : "الكريات المسحوبة تحمل الارقام تشكل العدد 2021 بهذا الترتيب" أحسب: $P(D)$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- 1 - حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة (I) ذات المجهول z التالية : (I) $z^2 - (4 \sin \alpha)z + 4 = 0$ حيث α وسيط حقيقي .
- 2 - من أجل $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ، نرسم إلى حلي المعادلة (I) بـ z_1 و z_2 . بين أن : $\left(\frac{z_1 \times z_2}{4} \right)^{2021} = 1$.
- (1) نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. النقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A = \sqrt{3} + i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 4\sqrt{3} + i$ على الترتيب .
(أ) أنشئ النقط A ، B و C .
- (ب) أكتب على الشكل الجبري ثم الاسي العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .
- (ج) عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1), (B;-1), (C;2)\}$. ثم أنشئ G .
- (د) أحسب z_D لاحقة النقطة D ، بحيث يكون الرباعي $ABDC$ مستطيل .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x+2)e^x - \frac{1}{2}$.
(أ) أدرس اتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
- (ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,9 < \alpha < -0,8$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
- (II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 \left(e^x - \frac{1}{4} \right)$. وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(f(x) + \frac{1}{4} x^2 \right) = 0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .
- ج- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمنحنى (Γ) ذي المعادلة حيث: $y = -\frac{1}{4} x^2$: (Γ) .
- (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f'(x) = x(g(x))$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .
- (3) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) ومع محور الفواصل ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة لمحور الفواصل .
- (4) أرسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C) . (نأخذ $f(\alpha) = 0.8$) .
- (5) عين يانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة ذات المجهول x : $f(x) = m^2$ ثلاث حلول متميزة .
- (6) - لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = x^2 \left(e^{-x} - \frac{1}{4} \right)$. وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .
- جد علاقة بين h و f ثم أنشئ (C_h) مع شرح طريقة الرسم .

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط)

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس مثل المستقيمين (Δ) و (D) معادلتيهما على الترتيب:

$$y = x \text{ و } y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$$

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n - \frac{1}{2}$

(أ) مثل على حامل محور الفواصل الحدود: u_0, u_1, u_2, u_3 و u_4 دون حسابها

(ب) عين احداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (D)

(ج) أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها

(1) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $V_n = U_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي.

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول

(ب) نضع $\alpha = \frac{2}{3}$ اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

(ج) بين أن $u_{n+1} - u_n = 3\left(\frac{1}{4}\right)^n$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) و أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(2) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ثم استنتج المجموع: $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

بحتوي كيس على أربع كرات بيضاء و ثلاث كرات سوداء (كل الكرات متمثلة ولانميز بينها في اللمس) .

نسحب من هذا الكيس أربع كرات في واحد.

1. أحسب إحتمال الحدث A " الحصول على الاقل على كرية بيضاء " .

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب العدد $x + \alpha y$

حيث (X يمثل عدد الكرات البيضاء و حيث y يمثل عدد الكرات السوداء في السحبة الواحدة) و α عدد حقيقي .

(أ) عين قيم X

(ب) عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ،

- عين قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون $E(x) = \frac{24268}{7}$.

(3) نسحب الآن من هذا الكيس أربع كرات على توالى وبارجاع .

ليكن الحدث B "الحصول على الاقل على كرية بيضاء " أحسب $P(B)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة : $z^2 - 6\sqrt{2}z + 36 = 0$.
 (2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $A.(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، B و C و D نقط من المستوي التي

لاحقاتها على الترتيب : $z_A = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 6\sqrt{2}$ ، $z_D = \frac{z_C}{2}$.

(أ) أكتب z_A و z_B و z_C على الشكل الآسي .

(ب) أحسب $\left(\frac{z_A}{6}\right)^{2021} + \left(\frac{z_B}{6}\right)^{1433}$.

(3) بين أن الرباعي $OACB$ متوازي أضلاع ، ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي $OACB$.

(4) (أ) عين (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $z = z_B + \sqrt{3}e^{i\theta}$ حيث θ يتغير على $\mathbb{R}$

(ب) عين (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $z = z_B + ke^{i\frac{\pi}{4}}$ حيث k عدد حقيقي.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(1) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 1 - x^4 - 3\ln x$

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج- احسب $g(1)$ ثم ستنج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(2) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{-x^4 + 3x^3 + \ln x}{x^3}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ الوحدة 2cm

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب- اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^4}$

ج- استنتج اتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 3 - x$ مقارب مائل للمنحنى (C) ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و (Δ)

ب- أكتب معادلة للهماس (T) للمنحنى (C) الموازي للمستقيم (Δ) .

(4) - أرسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C) .

(5) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = |m| - x$.

صفحة 4 من 4

هذا العمل نحتسبه صدقة جارية إلى روح أمي الطاهرة رحمة الله عليها