



الموضوع:

التمرين الأول (04 نقاط): اختر الإجابة الصحيحة في كل حالة مع التبرير:

(1) f الحل الخاص للمعادلة $y' - \ln 2y = 0$ الذي يحقق: $f(0) = 1$ هو:

ج- $f(x) = x^2$

ب- $f(x) = 2^x$

أ- $f(x) = 2x$

(2) حلول المعادلة: $\ln|1-x| = \ln 3$ هي:

ج- $S = \{-2; 4\}$

ب- $S = \{4\}$

أ- $S = \{-2\}$

(3) g دالة معرفة وقابلة للإشتقاق على $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = (\ln x)^2 - \ln x$

ج- $g'(x) = \frac{1}{x}(2\ln x - 1)$

ب- $g'(x) = \frac{2}{x}(\ln x - 1)$

أ- $g'(x) = \frac{1}{x}(\ln x - 2)$

(4) g معرفة وقابلة للإشتقاق على $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = (\ln x)^2 - \ln x$ (استعن بإجابة السؤال (3)) الدالة g :

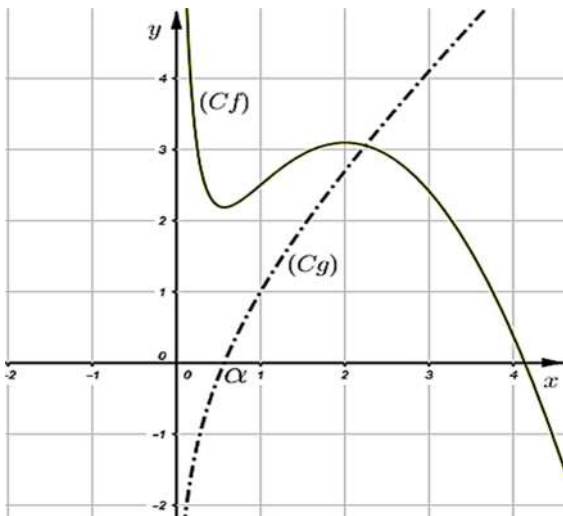
ج- متناقصة تماما على $]0; \sqrt{e}]$

ب- متناقصة تماما على $]0; \sqrt{e}]$

أ- متناقصة تماما على $]0; -\sqrt{e}]$

التمرين الثاني (04 نقطة): f و g دالتين عدديتين معرفتين وقابلتين للإشتقاق على $]0; +\infty[$ ، (C_f) و (C_g) تمثيلهما

البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما هو موضح في الشكل: **بقراءة بيانية:**



(1) أ- عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$

ج- علما أن: $f'(x) = \frac{(2-x)g(x)}{x}$

- استنتج إشارة $f'(x)$

(2) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = f(e^{-x})$

أ- استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$

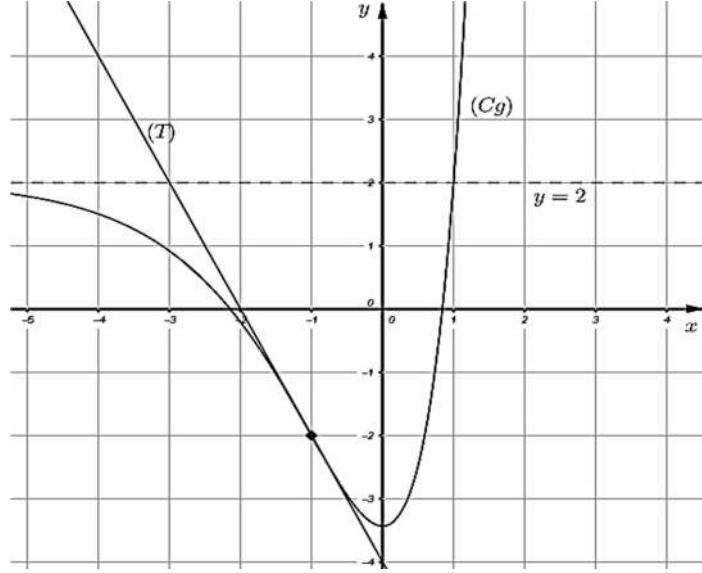
ب- شكل جدول تغيرات الدالة h .

التمرين الثالث (12 نقطة):

(I) - دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = (ax + b)e^{x+1} + c$ و (C_g) تمثيلها البياني في م م المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

علما أن (C_g) يقبل عند $-\infty$ مستقيما مقاربا افقيا معادلته $y = 2$ و يقبل مماسا افقيا في النقطة ذات الفاصلة 0 معادلته

$y = -2e + 2$ ، المستقيم (T) هو مماس للمنحنى (C_g) في النقطة $A(-1, -2)$ كما هو موضح في الشكل: بقراءة بيانية:



(1) عين $g(1)$ ، $g'(0)$ و $g'(-1)$ ثم اكتب معادلة للمماس (T)

(2) احسب $g'(x)$ بدلالة a و b ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

(3) باستعمال المعطيات السابقة بين أن: $a = 2$ ، $b = -2$ و $c = 2$

(4) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $0.8 < \alpha < 0.9$

و $-2.1 < \beta < -2.2$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

(II) - دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = -2x - 6 + (-2x + 4)e^{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في م م إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f(x) = (-2x + 4)(1 + e^{x+1}) - 10$ ثم احسب $f(2)$

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(3) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x) = -g(x)$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -2x - 6$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي ل (C_f)

بالنسبة ل (Δ) (نقبل $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^{x+1} = 0$)

(5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف Ω يطلب تعيين احداثياتها.

(6) اكتب معادلة المماس (T') للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(7) ارسم المستقيم (Δ) و (T') و (C_f) المنحنى (نأخذ $f(\alpha) \approx 6,92$ و $f(\beta) \approx 0,92$)

(8) ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$

14- اجابته تغير لـ 8

لدينا: $g(x) = \frac{1}{x} (2 \ln x - 1)$

1- اشارة $g(x)$ عند $x=1$: $g(1) = -1$

$\frac{1}{x} (2 \ln x - 1) = 0$ $\Rightarrow 2 \ln x - 1 = 0$ $\Rightarrow \ln x = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow x = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$

معنا $\frac{1}{x} \neq 0$ $\Rightarrow \ln x - 1 = 0$ $\Rightarrow \ln x = 1$ $\Rightarrow x = e$

معنا $\ln x = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow x = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$

x	$g(x)$	+	-	+
$0 < x < \sqrt{e}$	$g(x) < 0$	-	-	-
$x = \sqrt{e}$	$g(x) = 0$	-	0	+
$\sqrt{e} < x < e$	$g(x) > 0$	+	+	+
$x = e$	$g(x) = 0$	+	0	-
$x > e$	$g(x) < 0$	-	-	-

لذا نجد ان $g(x)$ متناقصة متزايدة

البرهان لصحيح هو (ج)

12- حلول المعادلة: $\ln |1-x| = \ln 3$

المعادلة معرفة يعني: $1-x \neq 0$ $\Rightarrow x \neq 1$

و من ذلك: $D = \mathbb{R} - \{1\}$

من اجل $x \in D$ ، المعادلة تكافئ:

$|1-x| = 3$ $\Rightarrow 1-x = 3$ $\Rightarrow x = -2$ او $1-x = -3$ $\Rightarrow x = 4$

اي: $(x = -2)$ او $(x = 4)$

اذن: $S = \{-2, 4\}$

البرهان لصحيح هو (ج)

3- الدالة g معرفة وحالة الكثرة على $\mathbb{R}$ و $\mathbb{R}^+$ بالترتيب؟

$g(x) = 2 \left(\frac{1}{x} \right) \ln x = \frac{2}{x} \ln x$

$g'(x) = \frac{1}{x} (2 \ln x - 1)$

البرهان لصحيح هو (ج)

تصحيح اختبار الفصل الاول
3 علوم تجريبية

البرهان الاول: (04 نقاط):

1- لدينا: $y - \ln 2y = 0$ معناه:

$y = \ln 2y$ $\Rightarrow y = \ln 2 + \ln y$

من الشكل: $f(x) = C e^{ax}$ $\Rightarrow f(x) = C e^{\ln 2 + \ln y} = C e^{\ln 2} e^{\ln y} = C \ln 2 y$

لدينا: $a = \ln 2$ معناه:

$f(x) = C e^{\ln 2 x}$

معناه: $f(0) = 1$

$1 = C e^0$ $\Rightarrow C = 1$

و من ذلك: $C = 1$

$f(x) = e^{\ln 2 x} = e^{\ln 2^x} = (e^{\ln 2})^x = 2^x$

و من ذلك: $f(x) = 2^x$

$f(x) = 2^x$

$f(x) = 2^x$

البرهان لصحيح هو: (ب)

ولدينا:

$$\alpha \leq x \leq 2 \quad \text{و} \quad \hat{f}(x) \geq 0$$

معنا:

$$\alpha \leq e^{-x} \leq 2 \quad \text{و} \quad \hat{f}(e^{-x}) \geq 0$$

لدينا $\alpha > 0$

$$h_m \alpha \leq -x \leq h_m 2$$

$$-h_m 2 \leq x \leq -h_m \alpha$$

	$-\infty$	$-h_m 2$	$-h_m \alpha$	$+\infty$
$\hat{f}(e^{-x})$	-	0	+	-
$-e^{-x}$	-	-	-	-
$\hat{h}(x)$	0	+	-	+

فإننا $\hat{h}(x) \geq 0$ على المجال $[-h_m 2, -h_m \alpha]$ و $\hat{h}(x) < 0$ على المجال $[-h_m \alpha, -h_m 2]$

معنا: $\hat{h}(x)$ متزايدة على $[-h_m 2, -h_m \alpha]$ و $\hat{h}(x)$ متناقصة على $[-h_m \alpha, -h_m 2]$

$$x \in [-h_m 2, -h_m \alpha] \quad \hat{h}(x) \leq 0$$

معنا: $\hat{h}(x)$ متناقصة على $[-h_m \alpha, -h_m 2]$

$$D_h = \mathbb{R}$$

$$h(x) = f(e^{-x})$$

1-1: نتناجح ان f دالة متزايدة

الدالة h متزايدة، وبالتالي الدالة f متزايدة على $\mathbb{R}$ و D_h متزايدة

$$\hat{h}(x) = -e^{-x} \hat{f}(e^{-x})$$

لدينا:

$$0 < x \leq \alpha \quad \text{و} \quad \hat{f}(x) \leq 0$$

معنا:

$$0 < e^{-x} \leq \alpha \quad \text{و} \quad \hat{f}(e^{-x}) \leq 0$$

$$-e^{-x} \leq \alpha$$

$$-x \leq h_m \alpha$$

$$x \geq -h_m \alpha$$

ومن جهة أخرى

$$x \in [-h_m 2, -h_m \alpha] \quad \hat{h}(x) \leq 0$$

$$x \leq -h_m 2 \quad \text{و} \quad \hat{f}(e^{-x}) \leq 0$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

$$f_x =]-\infty, +\infty[$$

1-1

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

$$x \rightarrow +\infty$$

1-2: نتناجح ان f دالة متزايدة على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$\hat{f}(x)$	-	0	+	-

$$\hat{f}(x) = \frac{(2-x)g(x)}{x}$$

لدينا $\hat{f}(x)$ متزايدة في $[\alpha, 2]$

x	0	α	2	$+\infty$
$g(x)$	-	+	+	+
$\hat{g}(x)$	+	+	+	-

$$x \in]-\infty, 0[\quad \text{و} \quad \hat{f}(x) \leq 0$$

$$x \in [\alpha, 2] \quad \text{و} \quad \hat{f}(x) \geq 0$$

التمرين الثالث: (نقطة 1)

$$g(x) = (a+b)e^{x+1} + c$$

① - تعيين:

$$g(0) = 0 \quad g(1) = 2$$

$$g(-1) = \frac{-4-0}{0-(-2)} = -2$$

$$g(-1) = -2$$

كتابة معادلة لمماس (T):

$$(T): y = f'(-1)(x+1) + g(-1)$$

$$(T): y = -2(x+1) + (-2)$$

$$(T): y = -2x - 4$$

② - حساب $g(x)$ بدلالة a و b :

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

1

$$g(x) = ae^{x+1} + (a+b)e^{x+1}$$

$$g(x) = (a+a+b)e^{x+1}$$

③ - إيجاد قيم a و b و c :

$$\text{لدينا: } g(-1) = -2 \text{ معناه:}$$

$$-2 = (-a+a+b)e^{-1+1}$$

$$-2 = be^0$$

$$b = -2$$

$$\text{لدينا: } g(0) = 0 \text{ معناه:}$$

$$0 = (a+b)e^1$$

$$a-2 = 0 \text{ معناه: } a+b=0 \text{ و } b=-2 \Rightarrow a=2$$

$$a = 2$$

$$\text{لدينا: } g(1) = 2$$

$$(a+b)e^2 + c = 2$$

$$(2-2)e^2 + c = 2$$

$$c = 2$$

ومنك:

$$g(x) = (2x-2)e^{x+1} + 2$$

④ - تبين أن للمعادلة $g(x) = 0$ تقبل

حليين α, β :

الحل α : الدالة g مستمرة و متزايدة

على المجال $]-0,8; 0,8[$ ، ولدينا:

$$g(0,8) \approx -0,4198$$

$$g(0,9) \approx 0,6628$$

وضوح g ، g مستمرة، g متزايدة

$$g(x) = 0 \text{ تقبل حلا واحدا على المجال}$$

$$g(0,8) < 0 < g(0,9)$$

الحل β : g مستمرة و متناقصه متزايدة

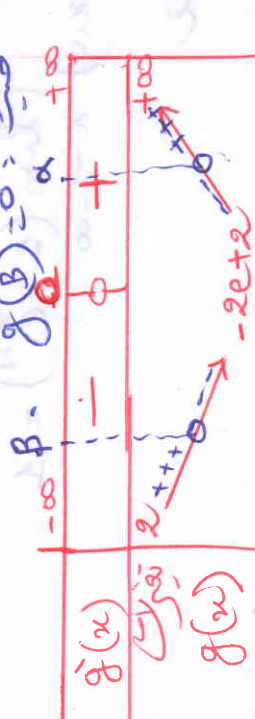
$$g(-2,2) \approx 0,072$$

$$g(-2,1) \approx -0,063$$

وضوح g ، g مستمرة، g متناقصه متزايدة

تقبل حلا واحدا، g مستمرة، g متناقصه متزايدة

صبي: $g(B) = 0$



٤- تبیین (د) و (ه) با پای

$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - g] = 0$

$\lim_{x \rightarrow \infty} [(-2x+4)e^{x+1}] =$

$\lim_{x \rightarrow \infty} [-2xe^{x+1} + 4e^{x+1}]$

$(\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{x+1} = 0)$

و، و (د) $y = -2x - 6$

(ع)

$\tilde{f}(x) = (-2x+2)e^{x+1} - 2$

$= -((2x-2)e^{x+1} + 2)$

$\tilde{f}(x) = -g(x)$

ب- انتخاب تغییر لانه $\tilde{f}$

$\tilde{f}(x) = -g(x)$

و، و (د) $\tilde{f}(x)$ و $\tilde{f}(x)$ و $\tilde{f}(x)$

x	α
$-g(x)$	$- \infty + \infty -$

متوالیه $\tilde{f}(x)$ و $\tilde{f}(x)$ و $\tilde{f}(x)$

و، و (د) $\tilde{f}(x)$ و $\tilde{f}(x)$ و $\tilde{f}(x)$

x	β	α
$\tilde{f}(x)$	$- \infty + \infty -$	
تغییر	∞	$\tilde{f}(x)$
$\tilde{f}(x)$		$\tilde{f}(x)$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} [(-2x+4)(1+e^{x+1}) - 10]$

$\lim_{x \rightarrow \infty} (-2x+4) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} (1+e^{x+1}) = +\infty$

حساب $f(x)$

$f(x) = (-2x+4)e^{x+1} - 10$

$f(x) = (-4+4^3)e^{-10}$

$f(x) = -10$

$\tilde{f}(x) = -g(x)$

قابل تغییر $\mathbb{R}$ و $\mathbb{R}$

$\tilde{f}(x) = -2(1+e^{x+1}) +$

$+ e^{x+1}(-2x+4)$

$= -2 - 2e^{x+1} + e^{x+1}(-2x+4)$

$= (-2 - 2x+4)e^{x+1} - 2$

تغییر $g(x)$

x	β	α
$-g(x)$	$- \infty + \infty -$	

تبیین (د) و (ه)

$f(x) = (-2x+4)(1+e^{x+1}) - 10$

$f(x) = -2x - 6 + (-2x+4)e^{x+1}$

$= -2x + 4 - 10 + (-2x+4)e^{x+1}$

$= (-2x+4)(1+e^{x+1}) - 10$

$= (-2x+4)(1+e^{x+1}) - 10$

و، و (د) $f(x)$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x+4) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (1+e^{x+1}) = 1$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x+4)e^{x+1} = -2$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x+4)e^{x+1} = -2$

-تابع للفترة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(e^{-x})$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \boxed{-\infty} \quad (0,92)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(e^x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \boxed{+\infty} \quad (0,92)$$

$x \rightarrow -\infty$	$-\ln 2$	$-\ln x$	$+\infty$
$h(x)$	$+$	0	$+$
$h(x)$	$h(-\ln 2)$	$h(-\ln x)$	$f(x)$

(0,92)

$$h(-\ln 2) = f(e^{\ln 2}) = f(2) \approx 3,09$$

$$h(-\ln x) = f(e^{\ln x}) = f(x)$$

