

إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول

- 1- نعتبر المعادلة (E_n) ذات المجهولين الصحيحين x و y الآتية : $645x - 195y = 13^n - 54n - 1$ حيث $n \in \mathbb{N}$.
 1- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 13^n على 15.
 2- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها المعادلة (E_n) تقبل حلا في $\mathbb{Z}^2$.
 3- جد الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E_2) بحيث $x_0 + y_0 = 4$ ثم حل المعادلة (E_2) .
 4- A عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}^6$ في النظام ذي الأساس 6 و يكتب $\overline{\beta 0 \gamma \gamma \gamma}^5$ في النظام ذي الأساس 5.
 • عين قيمة الأعداد الطبيعية α, β و γ ثم أكتب العدد A في النظام العشري.

التمرين الثاني

- 1- يحتوي صندوق على 4 كرات خضراء ثلاثة منها تحمل الرقم 1 و واحدة تحمل الرقم 2 وكرتين حمراوين تحملان الرقمين 0 و -1 ، كل الكرات متماثلة و لا نفرق بينها عند اللمس.
 سحب من الصندوق عشوائيا كرتين على التوالي بالارجاع
 • ما احتمال الحصول على كرتين جداء رقميهما سالب تماما.
 • ما احتمال الحصول على كرة حمراء في السحب الثاني.
 2- نقوم الآن باستبدال الكرات الحمراء بـ n كرة بيضاء تحمل الرقم 2 حيث $n > 1$ و نسحب من الصندوق عشوائيا كرتين على التوالي و بدون إرجاع.
 • ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المسجلين على الكرتين.
 • عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله.
 • بين أن الأمل الرياضي $E(X) = \frac{4n^2 + 22n + 30}{(n+3)(n+4)}$

التمرين الثالث

- I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^3 + 8 = 0$
 تذكير: $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
 II. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و D التي لواحقتها $z_A = -2$ ، $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ و $z_D = \bar{z}_B$.
 1- أكتب العدد $\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث ABD .
 ب) أكتب معادلة الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABD .
 ج) عين قيم العدد الصحيح n حتى يكون $\left(\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}\right)^n$ حقيقي موجب.
 2- لتكن النقطة C مرجح الجملة $\{(A; -1), (B; 1), (D; 1)\}$.
 أ) عين z_C لاحقة النقطة C ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي $ABCD$.
 ب) أحسب قيس الزاوية الموجهة $(\overline{DC}; \overline{DO})$ ثم استنتج الوضع النسبي للمستقيم (DC) و الدائرة (C) .

3- (أ) العبارة المركبة للدوران R :

لدينا العبارة المركبة للدوران هي $z' = az + b$

$$a = \frac{z_B - z_D}{z_A - z_D} = e^{i\frac{\pi}{3}} \text{ لأن المثلث } ABD \text{ متقايس الأضلاع}$$

أي $\left(\overline{DA}; \overline{DB}\right) = \frac{\pi}{3}$ لأنها في الاتجاه المباشر أو يمكن

التحقق حسابيا.

$$b = z_D(1-a) = (1+i\sqrt{3})\left(1-\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) = 2 \text{ أي } z_D = \frac{b}{1-a}$$

اذن العبارة المركبة للدوران R هي $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z + 2$ أو

$$z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + 2$$

(ب) تحقق أن $R(B) = C$:

$$z' = \left(1 + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z_B + 2 = \left(1 + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(1 - i\sqrt{3}) + 2 = 4 = z_C$$

اذن صورة B بالدوران R أي $R(B) = C$.

• امنتاج صورة المثلث ABD بالدوران R :

$$\text{لدينا } \begin{cases} R(D) = D \\ R(B) = C \\ R(A) = B \end{cases} \text{ اذن صورة المثلث } ABD \text{ بالدوران } R \text{ هو}$$

المثلث BCD .

4- تعيين (Γ) : لدينا $\arg(\overline{z} + 2) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

$$\text{يكافئ } \arg(\overline{z} + 2) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ يكافئ } -\arg(z - (-2)) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\text{يكافئ } \arg(z - z_A) = -\frac{\pi}{6} - 2k\pi \text{ ومنه مجموعة النقط}$$

(Γ) هي نصف مستقيم مبدؤه النقطة A باستثناء النقطة A .

