

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

السنة الدراسية: 2025-2026

سلم يوم: 2025-10-19

يرد يوم: 2025-10-26

مديرية التربية لولاية بومرداس

ثانوية المجاهد المتوفى علال العيشاوي

المستوى: 1 ج م ع ت

الواجب المنزلي رقم -01- في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

الأسئلة مستقلة عن بعضها البعض

(1) β رقم ينتمي إلى المجموعة $\{0; 1; 2; \dots; 9\}$.

لدينا: $d = 16.813\beta 7$ ، عين قيمة الرقم β علما أن المدور إلى 10^{-4} للعدد d هو 16.8134.

(2) أثبت صحة المساواة التالية $25 = \frac{(9^{n+1} + 9^n)^2}{(3^{2n+1} - 3^{2n})^2}$ ، حيث n عدد طبيعي.

(3) ليكن A عدد حقيقي حيث: $A = -(2 \times 3)^3 \times 27 \times (-1)^{2025}$.

عين أصغر عدد طبيعي غير معدوم n حتى يكون العدد $n \times A$ مكعب تام.

التمرين الثاني:

أكتب الأعداد التالية على أبسط شكل ممكن ثم عين أصغر مجموعة ينتمي إليها كل عدد:

$$C = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \times \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \quad B = \frac{2\pi + 4}{3\pi + 6} \quad A = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}}$$
$$E = \frac{[(-12)^8]^{-2} \times 75^{-4} \times (-4)^{-9}}{(-16)^4 \times (10)^5 \times (27)^{-3}} \quad D = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}\right)^{2024} \times \left(\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}\right)^{2024}$$

التمرين الثالث:

(I) - ليكن العددين الحقيقيين: $a = 1386$ و $b = 999$.

(1) حل كل من العددين a و b إلى جداء عوامل أولية.

(2) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b ($PGCD(a; b)$)، والمضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b ($PPCM(a; b)$).

(3) نضع: $A = 1.387$.

أ- ماهي طبيعة العدد A ؟

ب- بين أن: $A = \frac{1386}{999}$.

ج- أكتب العدد A على شكل كسر غير قابل للاختزال.

(4) أعط رتبة مقدار العدد B حيث: $B = 975.27 \times 0.037 \times 0.00017$.

(5) أوجد الكتابة الكسرية للعدد C حيث: $C = 3.0378787878787878...$.

التمرين الرابع:

نعتبر p عدد أولي أكبر أو يساوي 3.

(1) باستعمال البرهان بالخلف بين أن p هو عدد فردي، ثم إشرح لماذا العددان $\frac{p-1}{2}$ و $\frac{p+1}{2}$ طبيعيان.

$$(2) \text{ بين أن: } p = \left(\frac{p-1}{2}\right)^2 - \left(\frac{p+1}{2}\right)^2$$

(3) إذا كان $p = 401$ ، أوجد قيمة العددين الطبيعيين a و b حيث: $p = a^2 - b^2$.

التمرين الخامس:

(I) - علما أن a عدد حقيقي موجب تماما.

(1) بين أن مقلوب العدد $\sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ هو $\sqrt{a+1} - \sqrt{a}$.

$$(2) \text{ استنتج قيمة المجموع: } S = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}}$$

(II) - أثبت صحة المساواة التالية: $(x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2$ علما أن x و y أعداد حقيقية.

النصحج النموذجي للواجب المنزلي رقم 01 في مادة الرياضيات

حل التمرين الأول : (10 نقاط)

(1) تعيين قيمة الرقم β :

لدينا: $d = 16.813\beta 7$ ، ونعلم أن مدور العدد d إلى 10^{-4} هو 16.8134، ومنه: $\beta + 1 = 4$ ، وعليه: $\beta = 3$

(2) إثبات صحة المساواة التالية $25 = \frac{(9^{n+1} + 9^n)^2}{(3^{2n+1} - 3^{2n})^2}$ ، حيث n عدد طبيعي.

من أجل $n \in \mathbb{N}$ لدينا:

$$\frac{(9^{n+1} + 9^n)^2}{(3^{2n+1} - 3^{2n})^2} = \frac{(9^n \times 9 + 9^n)^2}{(3^{2n} \times 3 - 3^{2n})^2} = \frac{[9^n \times (9 + 1)]^2}{[3^{2n} \times (3 - 1)]^2} = \frac{[3^{2n} \times 10]^2}{[3^{2n} \times 2]^2} = \frac{(3^{2n})^2 \times 10^2}{(3^{2n})^2 \times 2^2} = \frac{10^2}{2^2} = \frac{100}{4} = 25$$

(3) تعيين أصغر عدد طبيعي غير معدوم n حتى يكون العدد $n \times A$ مكعب تام.

لدينا: $A = -(2 \times 3)^3 \times 27 \times (-1)^{2025} = 2^3 \times 3^3 \times 3^3 = 2^3 \times 3^6$

ومنه أصغر عدد طبيعي غير معدوم n حتى يكون العدد $n \times A$ مكعب تام هو $n = 1$

حل التمرين الثاني :

(1) لدينا: $A = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}} = \sqrt{2}$ ومنه: $A \in \mathbb{R}$

(2) لدينا: $B = \frac{2\pi + 4}{3\pi + 6} = \frac{2(\pi + 2)}{3(\pi + 2)} = \frac{2}{3}$ ومنه: $B \in \mathbb{Q}$

(3) لدينا: $C = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \times \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{(5 - 2\sqrt{6})(5 + 2\sqrt{6})} = 1$ ومنه: $C \in \mathbb{N}$

(4) لدينا: $D = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}\right)^{2024} \times \left(\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}\right)^{2024} = \left[\frac{(\sqrt{2} + \sqrt{6})(\sqrt{2} - \sqrt{6})}{4}\right]^{2024} = (-1)^{2024} = 1$ ومنه: $D \in \mathbb{N}$

(5) لدينا: $E = \frac{[(-12)^8]^{-2} \times 75^{-4} \times (-4)^{-9}}{(-16)^4 \times (10)^5 \times (27)^{-3}} = -\frac{1}{2^{71} \times 3^{11} \times 5^{13}}$ ومنه: $E \in \mathbb{Q}$

حل التمرين الثالث :

(I) - ليكن العددين الحقيقيين: $a = 1386$ و $b = 999$.

(1) تحليل كل من العددين a و b إلى جداء عوامل أولية

$$999 = 3^3 \times 37$$

3	999
3	333
3	111
37	37
	1

$$1386 = 2 \times 3^2 \times 7 \times 11$$

2	1386
3	693
3	231
7	77
11	11
	1

(2) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b (PGCD($a; b$))، والمضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b (PPCM($a; b$))

لدينا: $1386 = 2 \times 3^2 \times 7 \times 11$ و $999 = 3^3 \times 37$ ومنه:

$$\text{PPCM}(a; b) = 3^3 \times 2 \times 7 \times 11 \times 37 = \boxed{153846} \quad \text{و} \quad \text{PGCD}(a; b) = 3^2 = \boxed{9}$$

(3) نضع: $A = 1.387$

أ- العدد A هو عدد ناطق $A \in \mathbb{Q}$

$$\text{ب- بين أن: } A = \frac{1386}{999}$$

طريقة 01:

$$\text{لدينا } \frac{1386}{999} = 1.387387387... \text{ ومنه: } \frac{1386}{999} = 1.387 \text{ وعليه: } \boxed{A = 1.387}$$

طريقة 02:

$$\text{لدينا: } A = 1.387 \text{ معناه: } A = 1.387387387... \text{ معناه: } A = 1 + 0.387387387...$$

$$\text{نضع } x = 0.387387387... \text{ ومنه: (1) } A = 1 + x$$

نضرب x في 10^3 فنجد:

$$10^3 x = 10^3 \times 0.387387387..$$

$$1000x = 387.387387387...$$

$$1000x = 387 + \underbrace{0.387387387...}_x$$

$$1000x = 387 + x$$

$$999x = 387$$

$$x = \boxed{\frac{387}{999}}$$

$$\text{نعوض قيمة } x \text{ في (1) فنجد: } A = 1 + \frac{387}{999} = \boxed{\frac{1386}{999}}$$

ج- كتابة العدد A على شكل كسر غير قابل للاختزال

$$A = \frac{1386 \div 9}{999 \div 9} = \boxed{\frac{154}{111}}$$

(4) إعطاء رتبة مقدار العدد B حيث: $B = 975.27 \times 0.037 \times 0.00017$

العدد	كاتبته العلمية	رتبة مقداره
975.27	9.7527×10^2	1×10^3
0.037	3.7×10^{-2}	4×10^{-2}
0.00017	1.7×10^{-4}	2×10^{-4}

ومنه رتبة مقدار العدد B هي 8×10^{-3}

(5) إيجاد الكتابة الكسرية للعدد C حيث: $C = 3.03787878787878...$

$$\text{لدينا: } C = 3.03787878787878... \text{ ومنه: } 10C = 30.3787878787878... \text{ ومنه: } C = 30 + 0.3787878787878...$$

$$\text{نضع } x = 0.378378378... \text{ ومنه: (1) } 10C = 30 + x$$

نضرب x في 10^3 فنجد:

$$10^3 x = 10^3 \times 0.378378378...$$

$$1000x = 378.378378378...$$

$$1000x = 378 + \underbrace{0.378378378...}_x$$

$$1000x = 378 + x$$

$$999x = 378$$

$$x = \boxed{\frac{378}{999}}$$

$$\text{نعوض قيمة } x \text{ في (1) فنجد: } C = \frac{30348}{9990} \text{ ومنه: } 10C = 30 + \frac{378}{999} = \frac{30348}{999}$$

حل التمرين الرابع :

نعتبر p عدد أولي أكبر أو يساوي 3.

(1) بإستعمال البرهان بالخلف نبين أن p هو عدد فردي

نفرض بالخلف أن p عدد زوجي.

معناه العدد p يكتب على شكل $p = 2k$ حيث k عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 2.

وعليه العدد p يقبل القسمة على 2 وهذا تناقض كون العدد p عدد أولي (يقبل فقط قاسمين مختلفين هما 1 ونفسه).
ومنه العدد p عدد فردي.

◀ شرح لماذا العددين $\frac{p+1}{2}$ و $\frac{p-1}{2}$ طبيعيان.

نعلم أن p عدد فردي ومنه يكتب من الشكل $p = 2k + 1$ حيث $k \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{وعليه: } \frac{p+1}{2} = \frac{2k+1+1}{2} = \frac{2(k+1)}{2} = k+1 \text{ و } \frac{p-1}{2} = \frac{2k+1-1}{2} = \frac{2k}{2} = k$$

$$\text{ومنه: } \frac{p+1}{2} \in \mathbb{N} \text{ و } \frac{p-1}{2} \in \mathbb{N}$$

$$(2) \text{ تبين أن: } p = \left(\frac{p+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{p-1}{2}\right)^2$$

$$\begin{aligned} p &= \left(\frac{p+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{p-1}{2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{p+1}{2} - \frac{p-1}{2}\right) \left(\frac{p+1}{2} + \frac{p-1}{2}\right) \\ &= \left(\frac{p+1-p+1}{2}\right) \left(\frac{p+1+p-1}{2}\right) \\ &= \left(\frac{2}{2}\right) \left(\frac{2p}{2}\right) \\ &= p \end{aligned}$$

(3) إذا كان $p = 401$ ، إيجاد قيمة العددين الطبيعيين a و b حيث: $p = a^2 - b^2$.

$$\text{لدينا: } p = 401 \text{ ونعلم أن: } p = \left(\frac{p+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{p-1}{2}\right)^2 \text{ ومنه: } 401 = \left(\frac{401+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{401-1}{2}\right)^2 \text{ ومنه: } 401 = 201^2 - 200^2$$

$$\text{إذن: } a = 201 \text{ و } b = 200$$

حل التمرين الخامس :

(I) - علما أن a عدد حقيقي موجب تماما.

(1) تبين أن مقلوب العدد $\sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ هو $\sqrt{a+1} - \sqrt{a}$

$$\text{لدينا: } (\sqrt{a+1} + \sqrt{a})(\sqrt{a+1} - \sqrt{a}) = \sqrt{a+1}^2 - \sqrt{a}^2 = a+1 - a = 1$$

ومنه مقلوب العدد $\sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ هو $\sqrt{a+1} - \sqrt{a}$.

$$(2) \text{ استنتاج قيمة المجموع: } S = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}}$$

$$S = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}}$$

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2023}} + \frac{1}{\sqrt{2025}+\sqrt{2024}}$$

$$S = \sqrt{2}-\sqrt{1} + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{4}-\sqrt{3} + \dots + \sqrt{2024}-\sqrt{2023} + \sqrt{2025}-\sqrt{2024}$$

$$S = \cancel{\sqrt{2}}-\sqrt{1} + \cancel{\sqrt{3}}-\cancel{\sqrt{2}} + \cancel{\sqrt{4}}-\cancel{\sqrt{3}} + \dots + \cancel{\sqrt{2024}}-\cancel{\sqrt{2023}} + \sqrt{2025}-\sqrt{2024}$$

$$S = \sqrt{2025}-\sqrt{1}$$

$$S = 45-1$$

$$S = 44$$

(II) - إثبات صحة المساواة التالية: $(x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2$ علماً أن x و y أعداد حقيقية

من أجل x و y عددين حقيقيين لدينا:

$$(x+y)^3 = (x+y)^2(x+y) = (x^2+y^2+2xy)(x+y) = x^3+xy^2+2x^2y+x^2y+y^3+2xy^2 = x^3+y^3+3x^2y+3xy^2$$