

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

ثانوية: محمد بوضياف - مديونة
يوم: الأربعاء 19 نوفمبر 2025

مديرية التربية لولاية غليزان
المستوى: السنة الأولى ثانوي
الشعبة: جذع مشترك علوم و تكنولوجيا

المدة: 75 دقيقة

الفرض المحروس الثاني للفصل الأول في مادة: الرياضيات

ملاحظة: يمنع منا باتا استعمال القلم الأحمر

التمرين الأول:

- (1) نعتبر العددين الحقيقيين $a = 4\sqrt{2}$ و $b = 3\sqrt{5}$.
- (أ) بين أن: $a - b = \frac{-13}{4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}}$ ، ثم استنتج مقارنة بين a و b .
- (ب) استنتج مقارنة بين a^2 و b^2 ، ثم بين $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$.
- (ج) أنشر ثم بسط العدد $(4\sqrt{2} - 3\sqrt{5})^2$ ، ثم استنتج كتابة مبسطة للعدد $A = \sqrt{77 - 24\sqrt{10}}$.
- (2) x ، y و z أعداد حقيقية حيث: $4 \leq x \leq 6$ ، $\left|y - \frac{11}{2}\right| \leq \frac{5}{2}$ و $5 \leq \frac{-3z + 4}{2} \leq \frac{13}{2}$.
- (أ) بين أن $3 \leq y \leq 8$ و $-3 \leq z \leq -2$.
- (ب) جد حصرا للعددين $A = \frac{1 - x^2}{2}$ و $B = \frac{x + y}{1 + xy}$.
- (ج) جد حصرا للعدد $\frac{2 - z}{3}$ ، ثم استنتج مقارنة بين الأعداد $\frac{2 - z}{3}$ ، $\frac{(2 - z)^2}{9}$ و $\frac{(2 - z)^3}{27}$.

التمرين الثاني:

أنقل ثم أتمم الجدول التالي مع توضيح طريقة الحساب.

صيغة الحصر	صيغة المجال	مركز المجال	نصف قطر المجال	صيغة المسافة	صيغة القيمة المطلقة
$-3 \leq x \leq 4$					
$x \in]-9, 3[$					
				$d\left(x, \frac{1}{2}\right) < \frac{1}{3}$	
					$ x + 3 \leq 2$

التمرين الثالث:

بالاعتماد على مفهوم المسافة، حل في $\mathbb{R}$ مايلي: $|x + 1| + |x - 1| = 2$ ، $|x + 2| \leq |x|$ ، $|2x - 1| \geq 4$.

بالتوفيق للجميع

انتهى الموضوع

حل التمرين الأول:

$$a-b = \frac{-13}{4\sqrt{2}+3\sqrt{5}}$$

$$a-b = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$$

$$= (4\sqrt{2} - 3\sqrt{5})(4\sqrt{2} + 3\sqrt{5})$$

$$= \frac{4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}}{(4\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}}{32 - 45}$$

$$= \frac{32 - 45}{4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}}$$

$$a-b = \frac{-13}{4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}}$$

اذن

(*) استنتاج مقارنة بين a و b

اذن $a < b$ ، اذن $a-b < 0$

(ب) استنتاج مقارنة بين a^2 و b^2 ، لم يبي $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$

اذن a و b عددين حقيقيين اكملوا $a < b$

اذن $a^2 < b^2$ و $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

(ج) نشر ونسب العدد $(4\sqrt{2} - 3\sqrt{5})^2$

$$(4\sqrt{2} - 3\sqrt{5})^2 = (4\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{5})^2 - 2 \times 4\sqrt{2} \times 3\sqrt{5}$$

$$= 32 + 45 - 24\sqrt{10}$$

$$= 77 - 24\sqrt{10}$$

(*) استنتاج كتابة بسيطة للعدد A

$$A = \sqrt{77 - 24\sqrt{10}} = \sqrt{(4\sqrt{2} - 3\sqrt{5})^2}$$

$$= |4\sqrt{2} - 3\sqrt{5}|$$

$$= -(4\sqrt{2} - 3\sqrt{5})$$

$$= 3\sqrt{5} - 4\sqrt{2}$$

(د) بيان ان $3 < y < 4$ و $-3 < z < 2$

$$\frac{11}{2} - \frac{1}{2} < y < \frac{11}{2} + \frac{1}{2} \text{ تكافئ } |y - \frac{11}{2}| < \frac{1}{2}$$

$$\text{تكافئ } 3 < y < 4$$

$$\frac{13}{2} - \frac{3}{2} < z < \frac{13}{2} + \frac{3}{2} \text{ تكافئ } -3 < z < 2$$

$$\text{تكافئ } 10 - 4 < -3z < 13 - 4$$

$$\text{تكافئ } 6 < -3z < 9$$

$$-\frac{9}{3} < z < -\frac{6}{3}$$

$$-3 < z < 2 \text{ تكافئ}$$

(ب) احصر A و B

$$* \text{ لدينا } 4 < x < 6 \text{ اذن } 16 < x^2 < 36$$

$$\text{و من جهة اخرى } -36 < -x^2 < -16 \text{ اذن } -15 < 1-x^2 < -35$$

$$\text{وبالتالي } -\frac{15}{2} < \frac{1-x^2}{2} < -\frac{35}{2} \text{ اي } -\frac{15}{2} < A < -\frac{35}{2}$$

$$* \text{ لدينا } 4 < x+y < 6+8 \text{ و } 4 \times 3 < xy < 6 \times 8$$

$$\text{اذن } 7 < x+y < 14 \text{ و } 12 < xy < 48$$

$$\text{و من جهة اخرى } 7 < x+y < 14 \text{ و } 13 < 1+xy < 49$$

$$\text{اذن } 7 < x+y < 14 \text{ و } \frac{1}{49} < \frac{1}{1+xy} < \frac{1}{13}$$

$$\text{وبالتالي } \frac{1}{7} < B < \frac{14}{13} \text{ و } \frac{7}{49} < \frac{x+y}{1+xy} < \frac{14}{13}$$

(ج) احصر العدد $\frac{2-z}{3}$

$$\text{لدينا } -3 < z < 2 \text{ اذن } 2 < -z < 3$$

$$\text{و من جهة اخرى } 4 < 2-z < 5 \text{ اذن } \frac{4}{3} < \frac{2-z}{3} < \frac{5}{3}$$

$$* \text{ استنتاج مقارنة بين العدد } \frac{2-z}{3} \text{ و } \frac{(2-z)^2}{9} \text{ و } \frac{(2-z)^3}{27}$$

$$\text{بما ان } 1 < \frac{2-z}{3} < \left(\frac{2-z}{3}\right)^2 < \left(\frac{2-z}{3}\right)^3 \text{ فان } \frac{2-z}{3} < \frac{(2-z)^2}{9}$$

$$\text{اذن } \frac{2-z}{3} < \frac{(2-z)^2}{9} < \frac{(2-z)^3}{27}$$

حل التمرين الثاني

إتمام الجدول

الاحصر	المجال	نصف قطر	المسافة	القيمة المطلقة
$-3 < x < 4$	$c = \frac{1}{2}$	$r = \frac{7}{2}$	$d(x, \frac{1}{2}) < \frac{7}{2}$	$ x - \frac{1}{2} < \frac{7}{2}$
$-9 < x < 3$	$c = -3$	$r = 6$	$d(x, -3) < 6$	$ x+3 < 6$
$\frac{1}{6} < x < \frac{13}{6}$	$c = \frac{1}{2}$	$r = \frac{1}{3}$	$d(x, \frac{1}{2}) < \frac{1}{3}$	$ x - \frac{1}{2} < \frac{1}{3}$
$-1 < x < 1$	$c = -3$	$r = 2$	$d(x, -3) < 2$	$ x+3 < 2$

المقترح:

$$\text{المجال } -3 < x < 4 \text{ تكافئ } x \in [-3; 4]$$

$$\text{حساب } c \text{ و } r \text{ و } c = \frac{a+b}{2} \text{ و } r = \frac{b-a}{2}$$

$$= \frac{4 - (-3)}{2}$$

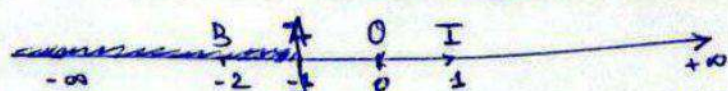
$$= \frac{7}{2}$$

$$= \frac{-3+4}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\text{اذن } |x-c| < r \text{ و } d(x, c) < r$$

$$\text{اذن } |x - \frac{1}{2}| < \frac{7}{2} \text{ و } d(x, \frac{1}{2}) < \frac{7}{2}$$



* المراجعة (3) --- $|2x-1| \geq 4$

تكافئ $|x - \frac{1}{2}| \geq 2$

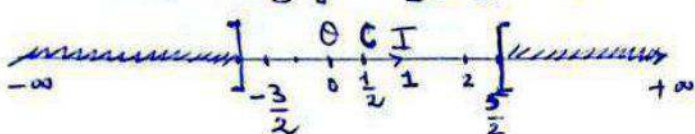
تكافئ $d(x; \frac{1}{2}) \geq 2$

تكافئ $MC \geq 2$

حلول المراجعة (3) هي فواصل النقطة M التي من المستقيم

تحقق $MC \geq 2$

إذن $S_3 =]-\infty; -\frac{3}{2}] \cup [\frac{5}{2}; +\infty[$



الحالة 12 $[-9; 3]$: $x \in]-\infty; -9[$ تكافئ

حساب c و r

$r = \frac{3 - (-9)}{2} = 6$ ، $c = \frac{-9+3}{2} = -3$

الحالة 3 $[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}]$: $d(x; \frac{1}{2}) < \frac{1}{3}$ تكافئ $x \in]c-r; c+r[$

حيث $c = \frac{1}{2}$ و $r = \frac{1}{3}$

تكافئ $x \in]\frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \frac{1}{2} + \frac{1}{3}[$

تكافئ $x \in]\frac{1}{6}; \frac{5}{6}[$

تكافئ $\frac{1}{6} < x < \frac{5}{6}$

الحالة 204

$|x+3| \leq 2$ تكافئ $d(x; -3) \leq 2$

تكافئ $x \in [c-r; c+r]$

حيث $c = -3$ و $r = 2$

تكافئ $x \in [-5; -1]$

تكافئ $-5 \leq x \leq -1$

حل المراجعة الثالثة

حل في $\mathbb{R}$ ما يلي :

ليكن (d) المستقيم العددي المتروك بالمعلم (I; 0)،

ولكن النقطة A(-1)، B(-2)، C(1/2) و M(x)

نسط من المستقيم (d).

* المعادلة (1) --- $|x+1| + |x-1| = 2$

تكافئ $d(x; -1) + d(x; 1) = 2$

تكافئ $MA + MC = 2$

حلول المعادلة (1) هي فواصل النقطة M من المستقيم

(d) التي تحقق $MA + MC = 2$ أي هي فواصل



إذن $S_1 = [-1; 1]$

* المراجعة (2) --- $|x+2| \leq |x|$

تكافئ $d(x; -2) \leq d(x; 0)$

تكافئ $MB \leq MO$

حلول المراجعة (2) هي فواصل النقطة M من المستقيم

(d) التي تحقق $MB \leq MO$ أي هي فواصل

نصف المستقيم (AB) إذن $S_2 =]-\infty; -1]$