

واجب منزلي رقم 01 في مادة الرياضيات

الموسم الدراسي : 2025-2026

المستوى : 2 علوم تجريبية

يناقش يوم : 2025/10/..

يحاج يوم : 2025/10/23

سلم يوم : 2025/10/16

التمرين الأول

(I) لتكن الدالة f المعرفة على مجموعة D من $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x+2}}$

- بين أن $D =]-\infty; -3] \cup]-2; +\infty[$.
- بين أن $f = g \circ h$ حيث g هي الدالة جذر تربيعي و h دالة يطلب تعيينها ثم عين مجموعة تعريفها D_h .
- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_h فإن $h(x) = 1 + \frac{1}{x+2}$.
- إشرح طريقة رسم المنحنى (C_h) الممثل للدالة h في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- بين أن النقطة $\Omega(-2; 1)$ مركز تناظر المنحنى (C_h) .
- عين إتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $] - \infty; -3]$ و $] - 2; +\infty[$.
- نعتبر الدالتين h_1 و h_2 حيث $h_1 = |h(x)|$ و $h_2(x) = h(-|x|)$.
- إشرح طريقة رسم (C_{h_1}) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.
- عين D_{h_2} .
- اثبت أن الدالة h_2 دالة زوجية.
- أكتب $h_2(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.
- إشرح طريقة رسم (C_{h_2}) منحنى الدالة h_2 إطلاقا من (C_h) .

التمرين الثاني

نعتبر المعادلة : $x^4 + 2x^3 - x - 6 = 0 \dots (1)$

- حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :
 - $x^2 + x - 3 = 0$
 - $x^2 + x + 2 = 0$
 - $x^2 + 3x - 4 = 0$
- أثبت أن المعادلة (1) تكافئ المعادلة $(x^2 + x - 2)^2 + 3(x^2 + x - 2) - 4 = 0 \dots (2)$
- إستنتج حلول المعادلة (2)
- حل المتراجحة $\frac{x^4 + 2x^3 - x - 6}{x} \leq 0$

تصحيح الواجب المنزلي رقم 01 في مادة الرياضيات

الموسم الدراسي : 2025-2026

المستوى : 2 علوم تجريبية

التمرين الأول

(I) الدالة f المعرفة على مجموعة D من $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x+2}}$

1. إثبات أن $D =]-\infty; -3] \cup]-2; +\infty[$

$D = \left\{ x \neq -2 \text{ و } x/\frac{x+3}{x+2} \geq 0 \right\}$ إذن نقوم بدراسة إشارة $\frac{x+3}{x+2}$

نقوم بحل المعادلة $\frac{x+3}{x+2} = 0$ تكافئ $x+3=0$ و $x+2 \neq 0$ أي $x = -3$ و $x \neq -2$

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$
$x+3$	-	0	+	+
$x+2$	-	-	0	+
$\frac{x+3}{x+2}$	+	0	-	+

و عليه

$$D =]-\infty; -3] \cup]-2; +\infty[$$

2. إثبات أن $f = g \circ h$ حيث g هي الدالة جذر تربيعي و h دالة يطلب تعيينها

إذن f مركب دالتين حيث $g(x) = \sqrt{x}$ و $h(x) = \frac{x+3}{x+2}$ ولدينا

$$D_h = \{x \in \mathbb{R} / x+2 \neq 0\}$$

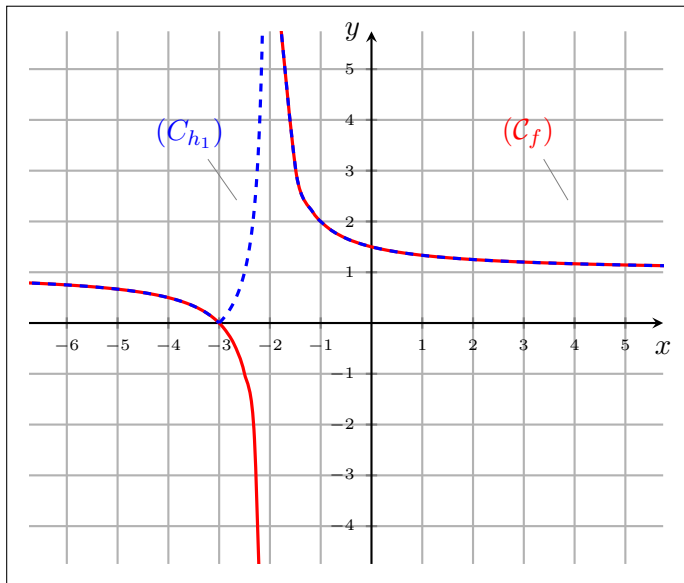
$$D_h = \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$\begin{array}{c} x \xrightarrow{h} \frac{x+3}{x+2} \xrightarrow{g} \sqrt{\frac{x+3}{x+2}} \\ \uparrow \\ f = g \circ h \end{array}$$

3. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من أجل كل D_h فإن $h(x) = 1 + \frac{1}{x+2}$

$$h(x) = 1 + \frac{1}{x+2} = \frac{x+2}{x+2} + \frac{1}{x+2} = \frac{x+3}{x+2}$$

4. شرح طريقة رسم المنحنى (C_h)



(C_h) صورة منحنى الدالة مقلوب $x \mapsto \frac{1}{x}$ بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u} = -2\vec{i} + 1\vec{j}$

5. إثبات أن النقطة $\Omega(-2; 1)$ مركز تناظر المنحنى (C_h) .

نثبت أنه من أجل $x \in D_f$ و $(2\alpha - x) \in D_f$ فإن $h(2\alpha - x) + h(x) = 2\beta$ حيث $\Omega(-2; 1)$

إثبات ان $-4 - x \in \mathbb{R} - \{-2\}$

من أجل $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$ معناه $x \neq -2$ أي $-x \neq 2$ أي $-4 - x \neq -2$ و منه $-4 - x \in \mathbb{R} - \{-2\}$ ولدينا

$$h(-4 - x) + h(x) = 1 + \frac{1}{-4 - x + 2} + 1 + \frac{1}{x + 2}$$

$$h(-4 - x) + h(x) = 1 + \frac{1}{-x - 2} + 1 + \frac{1}{x + 2}$$

$$h(-4 - x) + h(x) = 1 + \frac{1}{-(x + 2)} + 1 + \frac{1}{x + 2}$$

$$h(-4 - x) + h(x) = 1 - \frac{1}{x + 2} + 1 + \frac{1}{x + 2}$$

$$h(-4 - x) + h(x) = 2(1) = 2$$

6. تعيين إتجاه تغير الدالة f

على المجال $] - \infty; -3]$

الدالة h متناقصة تماما على المجال $] - \infty; -2[$ فهي متناقصة تماما على المجال $] - \infty; -3]$ حيث من أجل كل $x \in] - \infty; -3]$

فإن $h(x) \in [0; 1[$ و الدالة g متزايدة تماما على المجال $[0; 1[$ و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $] - \infty; -3]$

على المجال $] - 2; +\infty[$

الدالة h متناقصة تماما على المجال $] - 2; +\infty[$ حيث من أجل كل $x \in] - 2; +\infty[$ فإن $h(x) > 1$ أي $h(x) \in]1; +\infty[$

و الدالة g متزايدة تماما على المجال $]1; +\infty[$ و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $] - 2; +\infty[$

(II) نعتبر الدالتين h_1 و h_2 حيث $h_1 = |h(x)|$ و $h_2(x) = h(-|x|)$

1. طريقة رسم (C_{h_1})

$$h_1(x) = \begin{cases} h(x); x \in] - \infty; -3] \cup] - 2; +\infty[\\ -h(x); x \in [-3; -2[\end{cases} \quad \text{أي} \quad h_1(x) = \begin{cases} h(x); h(x) \geq 0 \\ -h(x); h(x) \leq 0 \end{cases}$$

من أجل $x \in] - \infty; -3] \cup] - 2; +\infty[$ ينطبق على (C_h)

من أجل $x \in [-3; -2[$ نظير (C_h) بالنسبة لحامل محور الفواصل

2. تعيين D_{h_2}

$$D_{h_2} = \{x \in \mathbb{R} / -|x| + 2 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} / |x| \neq 2\}$$

$$D_{h_2} = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 2 \text{ و } x \neq -2\} = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$$

3. إثبات أن الدالة h_2 دالة زوجية

من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-2; 2\}$ معناه $x \neq 2$ و $x \neq -2$ و عليه $-x \neq -2$ و $x \neq 2$ و منه $-x \in \mathbb{R} - \{-2; 2\}$

ولدينا $h_2(-x) = h(-|-x|) = h(-|x|) = h_2(x)$ و منه g دالة زوجية

4. كتابة $h_2(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.

$$h_2(x) = h(-|x|) \begin{cases} h(-x); x \geq 0 \text{ و } x \neq 2 \\ h(x); x \leq 0 \text{ و } x \neq -2 \end{cases}$$

5. شرح طريقة رسم (C_{h_2})

من أجل $x \in]-\infty; -2[\cup]-2; 0]$ فإن (C_{h_2}) ينطبق على (C_h)
من أجل $x \in [0.2 \cup]2; +\infty[$ فإن (C_{h_2}) نظير (C_h) بالنسبة لمحور الترتيب لأنها دالة زوجية

التمرين الثاني

1. حل المعادلات

$$x^2 + x - 3 = 0$$

حساب Δ :

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (1)^2 - 4(1)(-3) \\ \Delta &= 13\end{aligned}$$

$\Delta > 0$ إذا للمعادلة حلان مختلفان هما

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_1 &= \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \\ x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 &= \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}\end{aligned}$$

$$x^2 + x + 2 = 0$$

حساب Δ :

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (1)^2 - 4(1)(2) \\ \Delta &= -7\end{aligned}$$

$\Delta < 0$ إذا للمعادلة ليس لها حل

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

حساب Δ :

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (3)^2 - 4(1)(-4) \\ \Delta &= 25\end{aligned}$$

2. إثبات أن المعادلة (2) تكافئ المعادلة (1)

$$(x^2 + x - 2)^2 + 3(x^2 + x - 2) - 4 = 0 \dots (2)$$

$$\begin{aligned}(x^2 + x - 2)^2 + 3(x^2 + x - 2) - 4 &= 0 \\ ((x^2 + x) - 2)^2 + 3(x^2 + x - 2) - 4 &= 0 \\ ((x^2 + x)^2 + (2)^2 - 2(x^2 + x)(2) + 3x^2 + 3x - 6 - 4 &= 0 \\ x^4 + x^2 + 2x^3 + 4 - 4x^2 - 4x + 3x^2 + 3x - 6 - 4 &= 0 \\ x^4 + x^2 + 2x^3 + 4 - 4x^2 - 4x + 3x^2 + 3x - 6 - 4 &= 0 \\ x^4 + 2x^3 - x - 6 &= 0\end{aligned}$$

3. إستنتاج حلول المعادلة (2)

بوضع $X = x^2 + x - 2$ المعادلة (2) تكافئ المعادلة : $x^2 + 3x - 4 = 0$ و عليه :

لما $X = -4$ نجد $x^2 + x - 2 = -4$ أي $x^2 + x + 2 = 0$ ومن السؤال 1 نجد أن المعادلة لا تقبل حل.

لما $X = 1$ نجد $x^2 + x - 2 = 1$ أي $x^2 + x - 3 = 0$ ومن السؤال 1 نجد حلول المعادلة هما :

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \text{ و } x_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right\} \text{ ومنه :}$$

4. حل المتراجحة

بما أن $x^4 + 2x^3 - x - 6 = (x^2 + x - 2)^2 + 3(x^2 + x - 2) - 4$ نجد أن

$$\begin{aligned} x^4 + 2x^3 - x - 6 &= (x^2 + x - 2 + 4)(x^2 + x - 2 - 1) \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 + x - 3) \end{aligned}$$

x	$-\infty$	$\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$		0	$\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$		$+\infty$	
x^2+x+2		+	0	+		+	+	
x^2+x-3		+		+	0	-	0	+
x^4+2x^3-x-6		+	0	-	0	-	0	+
x		-	0	-		+		+
$\frac{x^4+2x^3-x-6}{x}$		-	0	+		-		+

وبالتالي حلول المتراجحة هي : $\left] -\infty; \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \right[\cup \left] 0; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right[$