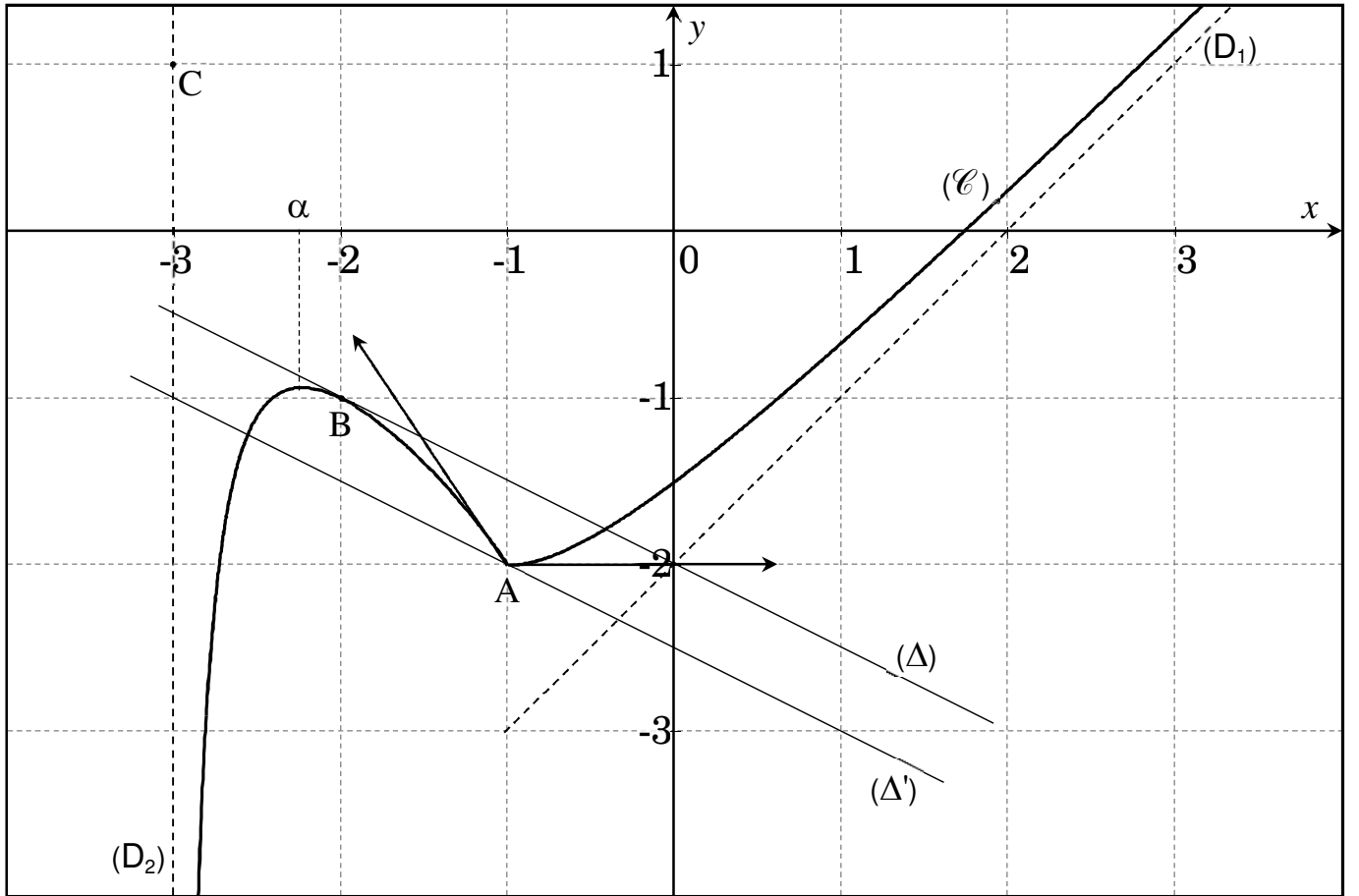


# فرض الفصل الأول

## تمرين 1 (09 نقاط)

في الشكل المرفق: التمثيل البياني  $(\mathcal{C})$  للدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]-3; +\infty[$ . المستقيم المقارب المائل لـ  $(\mathcal{C})$  بجوار  $+\infty$ ،  $(D_2)$  المستقيم المقارب لـ  $(\mathcal{C})$  يوازي حامل محور الترتيب،  $(\Delta)$  المماس لـ  $(\mathcal{C})$  عند النقطة  $B(-2; -1)$ ،  $(\Delta')$  المستقيم الذي يوازي  $(\Delta)$  ويشمل النقطة  $A(-1; -2)$ ، كما يوجد نصفي مماسين عند النقطة  $A$  أحدهما يوازي حامل محور الفواصل والآخر يشمل النقطة  $C(-3; 1)$ ،  $(\mathcal{C})$  يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند نقطة فاصلتها  $\alpha$ .



1) اكتب معادلة لكل من المستقيمين المقاربين  $(D_1)$  و  $(D_2)$ ، ثم عيّن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ .

2) احسب النهايتين:  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)+2}{x+1}$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)+2}{x+1}$ . ماذا تستنتج؟ وماذا نسعي النقطة  $A$ ؟

3) ادرس إشارة  $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيّرات الدالة  $f$  مبرزاً القيم الحدية والنهايات على المجال  $]-3; +\infty[$ .

4) اكتب معادلة للمماس  $(\Delta)$ ، ثم عيّن القيمة المقربة للعدد  $f(-1,99)$ ، باستعمال التقريب التآلفي للدالة  $f$ .

5) اكتب معادلة لـ  $(\Delta')$ ، ثم عيّن قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حتى تقبل المعادلة:  $f(x) = m - \frac{x}{2}$  ثلاثة حلول متميزة.

6) ادرس وضعية  $(\mathcal{C})$  بالنسبة للمستقيم  $(AB)$ . استنتج حلول المتراجحة  $(f(x) < -x - 3)$  على المجال  $]-3; +\infty[$ .

7)  $g$  و  $h$  الدالتان المعرفتان على  $]-3; -1]$  بـ:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  و  $h'(x) = f(x)$ . عيّن اتجاه تغير كل من  $g$  و  $h$ .

8) إذا علمت أنّ:  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+d}$  على المجال  $]-1; +\infty[$ ، عيّن الأعداد الحقيقية  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$ .

## تمرين 2 (11 نقطة)

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - 2 - \frac{9x}{x^2 + 2}$ .

ليكن  $(\mathcal{C})$  تمثيلها البياني في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . (وحدة الطول 1cm)

(1) احسب النهايات التالية:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x + 2)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x + 2)$ .

(2) بين أن المنحني  $(\mathcal{C})$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$ . ادرس وضعية المنحني  $(\mathcal{C})$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$ .

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $f'(x) = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 14)}{(x^2 + 2)^2}$  ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(4) اكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحني  $(\mathcal{C})$  في النقطة  $A(0; -2)$ . ادرس وضعية  $(\mathcal{C})$  بالنسبة لـ  $(T)$ ، ماذا تمثل  $A$  ؟

(5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f(-x) + f(x) = -4$  ، استنتج أن  $(\mathcal{C})$  يقبل كمركز تناظر نقطة يطلب تعيينها.

(6) اكتب معادلة للمماس  $(D)$  للمنحني  $(\mathcal{C})$  عند الفاصلة 2. استنتج معادلة لمماس المنحني  $(\mathcal{C})$  نظير  $(D)$  بالنسبة لـ  $A$ .

(7) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  ، ثم ارسم المستقيم المقارب المائل  $(\Delta)$ ، المماس  $(T)$  والمنحني  $(\mathcal{C})$ .

(8) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي  $m$  ، حتى تقبل المعادلة:  $\frac{9}{x^2 + 2} = 1 + \frac{m}{x}$  ثلاثة حلول متميزة.

(9)  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = f(|x|) + 2$ .

ليكن  $(\mathcal{C}')$  تمثيلها البياني في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(أ) بين أن المعادلة  $g(x) = 1$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على المجال  $[1; +\infty[$ . أعط حصرا للعدد  $\alpha$  سعته 1.

(ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$ . ماذا تستنتج؟ فسّر ذلك هندسيا.

(ج) بين أن الدالة  $g$  زوجية، ثم اشرح كيفية رسم  $(\mathcal{C}')$  انطلاقا من  $(\mathcal{C})$  وارسم  $(\mathcal{C}')$  في المعلم السابق.

## سؤال إضافي: 01 نقطة

$f_k$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f_k(x) = x - 2 - \frac{9kx}{x^2 + 2k}$  ، حيث  $k$  وسيط حقيقي موجب تماما.

بين أن الدالة  $f_k$  تقبل قيمتين حديتين يطلب تعيينهما.



# تصحيح فرض الفصل الأول 2023

تمرين 1: "عبد المطلب"

$$(D_2): x = -3 ; (D_1): y = x - 2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = -\infty ; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x + 2) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = -2 \text{ ومنه}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} \quad (2)$$

$$= \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{-3}{2} = f'_g(-1)$$

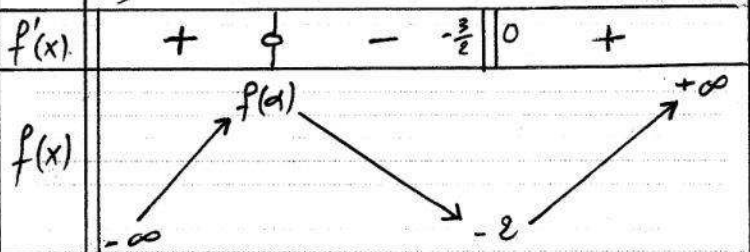
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + 2}{x + 1} = f'_d(-1) = 0$$

f غير قابلة للاشتقاق عند -1

$$f'_g(-1) \neq f'_d(-1)$$

النقطة A تسمى نقطة زاوية.

$$(3)$$



(4)  $\Delta$  يشمل  $B(-2; -1)$  و  $D(0; -2)$

$$y = f'(-2)(x + 2) + f(-2)$$

$$f'(-2) = \frac{y_D - y_B}{x_D - x_B} = \frac{-1}{2}$$

$$\Delta: y = \frac{-1}{2}x - 2$$

x قريب من -2 معناه:  $f(x) \approx \frac{-x}{2} - 2$

$$f(-1,99) \approx -\left(\frac{-1,99}{2}\right) - 2 \approx -1,005$$

(5)  $\Delta'$  يوازي  $\Delta$  يعني:  $y = \frac{-1}{2}x + b$

$$-2 = -\frac{1}{2}(-1) + b : A \text{ يشمل } \Delta'$$

$$\Delta): y = \frac{-x}{2} - \frac{5}{2} \text{ ومنه: } b = \frac{-5}{2}$$

$$f(x) = \frac{-x}{2} + m$$

(4) تقاطع (ح) مع المستقيمات الموازية لـ  $\Delta$

$$3 \text{ حلول متمايزة: } -\frac{5}{2} < m < -2$$

(6) وضعية (ح) بالنسبة لـ (AB):

$$(AB): x \in ]-2; -1[ \cup ]-1; +\infty[$$

$$(AB): x \in ]-3; -2[$$

(ح) يقطع (AB) عند A و B.

معادلة (AB) هي:  $y = -x - 3$

$$x \in ]-3; -2[ \text{ ومنه الحل هو:}$$

$$g'(x) = \frac{-f'(x)}{[f(x)]^2} \text{ ومنه:}$$

g متناقصة تماما على  $] -3; \alpha [$

ومتزايدة تماما على  $[\alpha; -1]$

$$h'(x) = f(x) \text{ و } f(x) < 0 \text{ لـ } -3 < x < -1$$

منه: h متناقصة تماما على  $] -3; -1 [$

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+d} \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 : \text{ بما فـ } \Delta$$

ومنه: (ح) يقبل مستقيما مقاربا

$$\text{ما ثلا } (D_1): a = 1 \text{ و } b = -2$$

$$f'(-1) = 0 \text{ و } f(-1) = -2$$

$$d \neq 1 \begin{cases} c = d \cdot 1 \\ c = (d-1)^2 \end{cases} \begin{cases} -3 + \frac{c}{d-1} = -2 \\ 1 - \frac{c}{(d-1)^2} = 0 \end{cases}$$

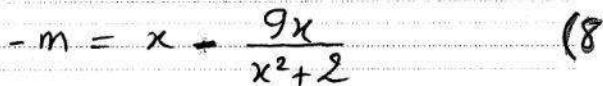
$$d \neq 1 \text{ بما فـ } (d-1)^2 = d-1$$

$$d-1 = 1 \text{ ومنه: } d = 2$$

$$c = d-1 \text{ ومنه: } c = 1$$

2

$$(x+1)^2(x-4)=0, \text{ f } x_2=4 \quad | \quad x_1=-1$$


$$f(x) = -m - 2$$
$$-m-2 \in ]-4i-2[V]-2; 0[$$

$$-m \in ]-2; 0[ \cup ]0; 2[$$

$$m \in ]-2; 0[ \cup ]0, 2[ : \text{divergent}$$

(9) مستمرة ومتزايدة <sup>لها</sup> تماماً

$$(\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty), (g(1) = -2) \cdot ]1; +\infty[$$

$$(\lim_{x \rightarrow 1} g(x) > 1) \quad , \quad g(1) < 1$$

حسب مبرنة القيم المتوسطة  $g(x)=1$

تقبل حال وحید  $\alpha$  حیت  $\alpha \in [1; \infty)$

$g(3) < 1$ ,  $g(4) > 1$ :  $\therefore 3 < \alpha < 4$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{h(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x + \frac{9x}{x^2+2}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(-x^2+7)}{x(x^2+2)} = \frac{7}{2} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \frac{9x}{x^2+2}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x^2+2) - 9x}{x(x^2+2)} = \frac{-7}{2}$$

$g'_2(0) \neq g'_9(0)$  ,  $g$  غير قابلة للاشتقاق عند  $0$   
نقطة  $(0,0)$  زاوية عند ما يوجد نصف مما سبق

$$g(-x) = f(1-x) + \frac{x}{2} = f(|x|) + \frac{x}{2} = g(x) : \text{زوجية } g$$

$g = f + z : x > 0$   
 يطابق (ع) بالانسيب الذي  
 عيب المطلب "

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{9x}{x^2 + 2} = \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{9}{x} = 0 : \text{نفاذ (1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x + 2) = 0 \quad \& \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x + 2) = 0 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} (f(x) - y) = 0 \text{ ; } f(\Delta) : y = x - 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{+ \infty -} f(x) - y = \frac{-9x}{x^2 + 2}$$

(د) :  $x > 0$  أسفل (د)

(ح)  $x < 0$  : أعلى (د)

(ج) يقطع  $(\Delta)$  عند النقطة  $A(0, -2)$

$$f'(x) = 1 - \frac{9(x^2+2) - 18x^2}{(x^2+2)^2} = \frac{x^4 + 13x^2 - 14}{(x^2+2)^2} \quad (3)$$

$$f'(x) = \frac{(x^2-1)(x^2+14)}{(x^2+2)^2}$$

$x$  |  $-\infty$  |  $-1$  |  $1$  |  $+\infty$   
 $f'(x)$  |  $+$  |  $0$  |  $-$  |  $0$  |  $+$   
 $f(x)$  |  $-\infty$  |  $0$  |  $-4$  |  $+\infty$

$$y = f'(0)(x-0) + f(0) = \frac{-7}{2}x - 2 \quad (14)$$

$$f(x) - y = \frac{9x^3}{2(x^2 + 2)} \quad \text{فيديو}$$

$$. (T) \text{ ref } (T) : x > 0$$

$$(T) \text{ جديد } (T) : x < 0$$

(ج) يخرق (T) في النقطة A.

A تمثل نقطة انعطاف.

$$f(-x) + f(x) = -x - 2 + \frac{9x}{x^2 + 2} + x - 2 - \frac{9x}{x^2 + 2} \quad (5)$$

$$f(-x) + f(x) = -4$$

$f(2(0)-x) + f(x) = 2(-2)$  ومنه  $A$  مركز تناظر

$$y = f'(2)(x-2) + f(2) = \frac{3}{2}x - 6 : (D) \quad (6)$$

$\therefore f(-x) = -4 - f(x)$  بماذا

$$-y - 4 = \frac{3}{2}(-x) - 6$$

نظير (D)

غير (D) بالنسبة A:  $y = \frac{3}{2}x + 2$