

تؤخذ بعين الاعتبار، فقط لا غير، الإجابات الدقيقة والواضحة.
يمنع منعاً باتاً استعمال القلم الماحي "l'effaceur" والقلم الأحمر.

← التمرين الأول (07.50 نقطة)

معلم متعامد ومتجانس للمستوي $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 علم النقط A, B, C حيث : $A(-2; 2)$ ، $\vec{OB} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$ ، $\vec{AC} \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ [01.00 ن]

2 عيّن إحداثي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع
النقطة M منتصف $[BC]$ والنقطة N تحقق $\vec{CA} = 3\vec{CN}$ [00.50 ن]

أ- عيّن إحداثي النقطتين M, N [01.00 ن]

ب- بين أن النقط D, M, N في استقامة [01.00 ن]

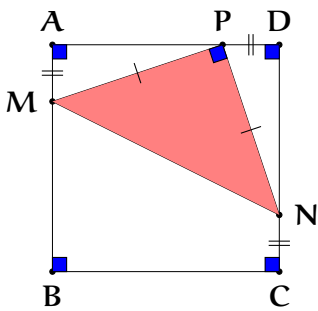
4 اكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B ويوازي المستقيم (AC) [01.00 ن]

5 تحقق من أن $y = \frac{3}{5}x - \frac{12}{5}$ هي معادلة للمستقيم (CD) [00.50 ن]

6 احسب إحداثي E نقطة تقاطع (Δ) و (CD) [01.00 ن]

7 لتكن $F(2; 4)$ احسب أطوال أضلاع المثلث ACF ، واستنتج نوعه [01.50 ن]

← التمرين الثاني (06.00 نقاط)



ABCD مربع طول ضلعه 2cm

نعتبر النقط M, N, P حيث : $M \in [AB]$ ، $N \in [CD]$ ، $P \in [AD]$

نفرض أن النقطة M تتحرك على $[AB]$ مع $AM = CN = DP$

نضع $AM = x$ ونرمز بـ $f(x)$ إلى مساحة المثلث MNP

(المثلث MNP متساوي الساقين و قائم في P)

1 أ- عيّن D_f مجموعة تعريف الدالة f [00.50 ن]

ب- تحقق أن : $f(x) = (x - 1)^2 + 1$ [01.00 ن]

2 أ- ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[0; 1]$ و $[1; 2]$ [02.00 ن]

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f [00.50 ن]

ج- استنتج وضعية M التي تكون من أجلها مساحة المثلث MNP أصغر ما يمكن [00.50 ن]

3 اشرح كيفية رسم (C_f) التمثيل البياني لـ f انطلاقاً من دالة مرجعية يطلب تعيينها ثم ارسمه [01.50 ن]

(C) هي الدائرة المثلثية المرفقة بالمعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$

ذات المركز O ونصف قطرها 2cm

① حول إلى الراديان قياس الزاوية : 36° وإلى الدرجة قياس الزاوية : $\frac{3\pi}{4}\text{rad}$

② لتكن النقطتين A و B التي صورتها $\frac{2023\pi}{3}$ و $\frac{-1445\pi}{4}$ على الترتيب

أ- ضع على الدائرة المثلثية (C) النقطتين السابقتين مع الشرح والدقة في الرسم

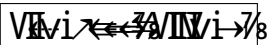
بـ. احسب القيم المضبوطة لجيب و جيب تمام القيمتين السابقتين

③ x عنصر من $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ حيث : $\sin x = \frac{2}{3}$ ، احسب $\cos x$ ثم استنتج $\tan x$

4 لتكن العبارة $E(x)$ المعرفة بـ : $E(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$

أـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $E(x) = 2 \cos^2 x - 1$

بـ حل في المجال $0; \frac{\pi}{2}$ المعادلة : $E(x) = 0$



مُؤَفَّقُونَ خُجُولِ اللَّهِ
أَسَانِدُ الْمَلَايِكَةِ

2024- 2023 : ١١/٨/٢٠٢٣



لدينا :

$$\begin{cases} 3x_N - 12 = -6 \\ 3y_N = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x_N = -6 + 12 = 6 \\ 3y_N = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_N = 2 \\ y_N = \frac{2}{3} \end{cases}$$

حل التمرين الأول (07.50 نقطة)

1 تعليم النقط A , B , C : 01 ن
ولتعليم النقطة C نحسب إحداثياتها لدينا :
لدينا حسب المعطيات B(3;5) ،

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_C + 2 \\ y_C - 2 \end{pmatrix}$$

ومنه : $\begin{cases} x_C + 2 = 6 \\ y_C - 2 = -2 \end{cases}$ وبالتالي : $\begin{cases} x_C = 4 \\ y_C = 0 \end{cases}$ أي : C(4;0)

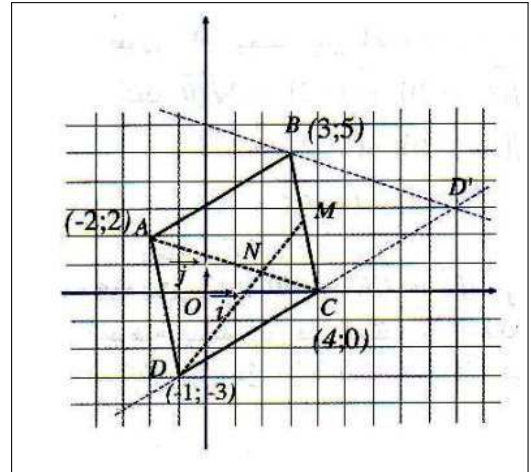
إذن : $N(2; \frac{2}{3})$

ب- تبيان أن النقط D , M , N في استقامة : 01 ن

ندرس الارتباط الخطي للشعاعين DN و DM و

$$\overrightarrow{DM} = \begin{pmatrix} 9 \\ \frac{2}{2} \\ \frac{11}{2} \end{pmatrix} \text{ و } \overrightarrow{DN} = \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{11}{3} \end{pmatrix}$$

ومنه : $3 \times \frac{11}{2} - \frac{9}{2} \times \frac{11}{3} = 0$ وبالتالي فإن الشعاعين DN و DM
ومنه النقط D , M , N في استقامة خطيا



4 كتابة معادلة لمستقيم (Δ) : 01 ن

للمستقيمين (Δ) و (AC) نفس معامل التوجيه a حيث :

$$a = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

ومنه للمستقيم (Δ) معادلة من الشكل : $y = -\frac{1}{3}x + b$

وبما أن B تنتمي إلى (Δ) فإن $5 = -\frac{1}{3} \times 3 + b$ ومنه $b = 6$

وبالتالي فإن $y = -\frac{1}{3}x + 6$ هي معادلة للمستقيم (Δ)

5 التحقق من أن $y = \frac{3}{5}x - \frac{12}{5}$ هي معادلة للمستقيم (CD) :

لدينا : $-3 = \frac{3}{5} \times (-1) - \frac{12}{5}$ و $0 = \frac{3}{5} \times 4 - \frac{12}{5}$

أي أن كلا من إحداثي النقطة C والنقطة D تحقق المعادلة

$y = \frac{3}{5}x - \frac{12}{5}$ ، وبالتالي فهي معادلة للمستقيم (CD) 0.5 ن

2 تعيين إحداثي النقطة D : 0.5 ن
بما أن $\overrightarrow{AB}$ متوازي (أضلاع) فإن $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4 - x_D = 5 \\ -y_D = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = -1 \\ y_D = -3 \end{cases}$$

إذن : D(-1; -3)

3 أ- تعيين إحداثي النقطتين M , N : 01 ن

$$M\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right) = \left(\frac{3 + 4}{2}; \frac{5 + 0}{2}\right)$$

إذن : $M\left(\frac{7}{2}; \frac{5}{2}\right)$

6 حساب إحداثيين E نقطة تقاطع (Δ) و (CD) : 01 ن

$$\begin{cases} x = 9 \\ y = 3 \end{cases} \quad \text{فوجد} \quad \begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 6 \\ y = \frac{3}{5}x - \frac{12}{5} \end{cases}$$

ومنه : $E(9; 3)$

7 حساب أطوال أضلاع المثلث ACF , واستنتاج نوعه :

$$AC = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (0 - 2)^2} = 2\sqrt{10} \quad 0.25 \text{ ن}$$

$$AF = \sqrt{(2 - (-2))^2 + (4 - 2)^2} = 2\sqrt{5} \quad 0.25 \text{ ن}$$

$$FC = \sqrt{(2 - 4)^2 + (4 - 0)^2} = 2\sqrt{5} \quad 0.25 \text{ ن}$$

ومنه : $AF = FC$ 0.25 ن

كما نلاحظ أن : $AF^2 + CF^2 = 40$ و $AC^2 = 40$ أي : $AC^2 = AF^2 + CF^2$ وحسب عكس مبرهنة فيثاغورس فإن المثلث ACF قائم في F 0.25 ن
نستنتج مما سبق أن :

المثلث ACF قائم في F ومتساوي الساقين 0.25 ن

حل التمرين الثاني (06.00 نقاط)

1 أ- تعيين D_f مجموعة تعريف الدالة f : 0.5 ن

بما أن M تتحرك على [AB] و $AB = 2$ فإن : $D_f = [0; 2]$

ب- تحقق أن : $f(x) = (x - 1)^2 + 1$ 01 ن

المثلث MNP متساوي الساقين و قائم في P

$$f(x) = \frac{1}{2}MP^2 = \frac{1}{2}[x^2 + (2 - x)^2] = x^2 - 2x + 2$$

ولدينا : $(x - 1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 1 + 1 = x^2 - 2x + 2$

ومنه : $f(x) = (x - 1)^2 + 1$

2 أ- دراسة اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين [0; 1] و [1; 2]

❖ على المجال [0; 1] : 01 ن

ليكن a و b عدداً حقيقيين من [0; 1] حيث :

$$0 \leq a < b \leq 1$$

$$-1 \leq a - 1 < b - 1 \leq 0$$

$$1 \geq (a - 1)^2 > (b - 1)^2 \geq 0$$

$$2 \geq (a - 1)^2 + 1 > (b - 1)^2 + 1 \geq 1$$

$$2 \geq f(a) > f(b) \geq 1$$

إذن الدالة f متناقصة تماماً على المجال [0; 1]

❖ على المجال [1; 2] : 01 ن

ليكن a و b عدداً حقيقيين من [1; 2] حيث :

$$1 \leq a < b \leq 2$$

$$0 \leq a - 1 < b - 1 \leq 1$$

$$0 \leq (a - 1)^2 < (b - 1)^2 \leq 1$$

$$1 \leq (a - 1)^2 + 1 < (b - 1)^2 + 1 \leq 2$$

$$1 \leq f(a) < f(b) \leq 2$$

إذن الدالة f متزايدة تماماً على المجال [1; 2]

ب- جدول تغيرات الدالة f : 0.5 ن

x	0	1	2
f(x)	2	1	2

ج- استنتاج وضعية M التي تكون من أجلها مساحة المثلث

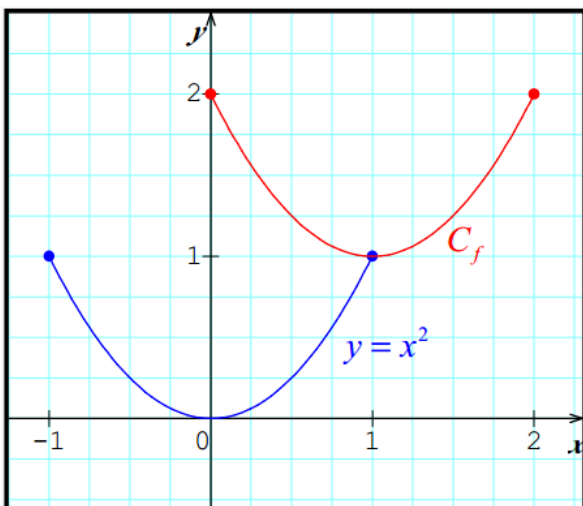
MNP أصغر ما يمكن : 0.5 ن

نلاحظ أن الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند القيمة 1 لـ x
إذن وضعية النقطة M التي تكون من أجلها مساحة المثلث MNP

أصغر ما يمكن هي منتصف القطعة [AB]

3 رسم المنحنى (C_f) : 0.5×3 ن

(C_f) صورة بيان الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه (1; 1)



❖ 1 تحويل إلى الراديان قياس الزاوية 36° : 0.5 ن

$$180^\circ \rightarrow \pi \text{ rad}$$

$$36^\circ \rightarrow x$$

$$x = \frac{36\pi}{180} = \frac{\pi}{5}$$

❖ 2 تحويل إلى الدرجة قياس الزاوية $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$: 0.5 ن

$$180^\circ \rightarrow \pi \text{ rad}$$

$$y \rightarrow \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$$

$$y = \frac{180 \times 3\pi}{4\pi} = 135^\circ$$

❖ 3 تمثيل النقطتين A و B على الدائرة المثلثية (C) مع الشرح:

❖ $\frac{2023\pi}{3}$ عدد موجب إذن A تتحرك في الاتجاه المباشر

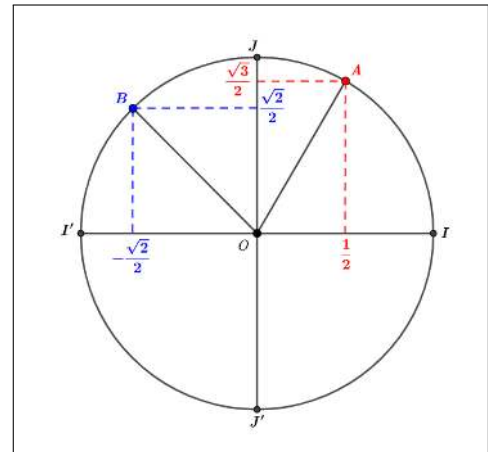
$$A = \frac{2023\pi}{3} = 674\pi + \frac{\pi}{3}$$

تقطع 337 دورة وقوس طوله $\frac{\pi}{3}$ 0.25 × 2 ن

❖ $\frac{-1445\pi}{4}$ عدد سالب إذن B تتحرك في الاتجاه غير المباشر

$$b = \frac{1445\pi}{4} = 361\pi + \frac{\pi}{4}$$

تقطع 180 دورة ونصف وقوس طوله $\frac{\pi}{4}$ 0.25 × 2 ن



ب- حساب القيمة المضبوطة لجيب و جيب تمام : 0.5 × 4 ن

$$\begin{cases} \cos(A) = \cos\left(\frac{2023\pi}{3}\right) = \cos\left(674\pi + \frac{\pi}{3}\right) \\ = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \\ \sin(A) = \sin\left(\frac{2023\pi}{3}\right) = \sin\left(674\pi + \frac{\pi}{3}\right) \\ = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(B) = \cos\left(\frac{-1445\pi}{4}\right) = \cos\left(361\pi + \frac{\pi}{4}\right) \\ = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(B) = \sin\left(\frac{-1445\pi}{4}\right) = -\sin\left(361\pi + \frac{\pi}{4}\right) \\ = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

❖ 3 حساب $\cos x$: 0.5 ن

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\cos^2 x = 1 - \frac{4}{9}$$

$$\cos^2 x = \frac{5}{9}$$

$$\begin{cases} \cos x = -\sqrt{\frac{5}{9}} \\ \cos x = \sqrt{\frac{5}{9}} \end{cases}$$

بما أن $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ فإن $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

❖ استنتاج $\tan x$: 0.5 ن

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{-\sqrt{5}} = \frac{-2\sqrt{5}}{5}$$

❖ 4 إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $E(x) = 2\cos^2 x - 1$

$$\text{لدينا : } \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$E(x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - 1 + \cos^2 x$$

$$= 2\cos^2 x - 1 \quad 0.5 \text{ ن}$$

ب- حل المعادلة : $E(x) = 0$ في المجال $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$: 01 ن

$$E(x) = 0 \text{ تكافئ : } 2\cos^2 x - 1 = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \quad \text{ومنه : } \cos^2 x = \frac{1}{2} \text{ ومنه :}$$

بما أن $x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$ فإن $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ وعلية $x = \frac{\pi}{4}$