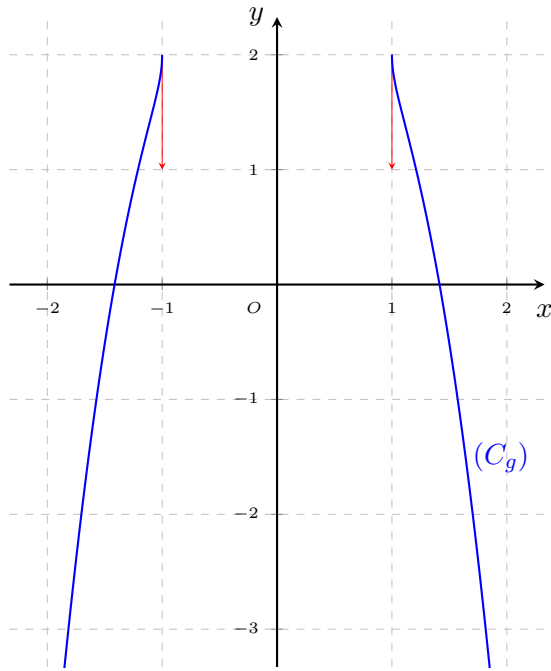


⚠ تجنب الشطب واستعمال المصحح

التمرير الأول

الجزء الأول :

لتكن الدالة g المعرفة على المجال $D =]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$ بـ : $g(x) = 2 - x^2\sqrt{x^2 - 1}$.
تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ المقابل .



① أ) أحسب : $g(\sqrt{2})$ و $g(-\sqrt{2})$.

② ب) قراءة بيانية :

أ) عيّن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

ب) هل الدالة g مستمرة على $\mathbb{R}$ ؟

ج) هل الدالة g قابلة للإشتقاق عند 1 من اليمين ؟ برّر .

د) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني :

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $] -\infty; -1] \cup [1; +\infty[$

بـ : $f(x) = \frac{2\sqrt{x^2 - 1}}{x} - x + 1$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 1 من اليمين وعند القيمة -1 من اليسار . فسّر النتائج بيانياً .

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

② أ) بيّن أنه من أجل كل $x \in]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2\sqrt{x^2 - 1}}$.

ب) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

ج) بيّن أن النقطة $I(0, 1)$ هي مركز تناظر لـ (C_f) .

د) أنشئ (C_f) .

لا توجد خطوة عملاقة تصل بك إلى ما تريده، إنما يحتاج الأمر إلى الكثير من الخطوات الصغيرة لتبلغ ما تريد

التمرين 1

الجزء الأول :

1 لتكن الدالة g المعرفة على المجال:

$$D =]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$$

بـ:

$$g(x) = 2 - x^2 \sqrt{x^2 - 1}.$$

ولنرمز بـ (C_g) إلى تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس

$$\cdot (O; \vec{i}, \vec{j})$$

أ) نحسب:

$$g(\sqrt{2}) = 2 - (\sqrt{2})^2 \sqrt{(\sqrt{2})^2 - 1} = 0, \quad g(-\sqrt{2}) = 0.$$

2 بقراءة بيانية :

أ) تعيين النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty.$$

ب) الدالة g غير مستمرة على $\mathbb{R}$ ، فهي مستمرة فقط على $]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$.

ج) الدالة g غير قابلة للاشتقاق عند $x = 1$ من اليمين، إذ:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = -\infty.$$

د) إشارة $g(x)$ حسب قيم x :

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	-1	1	$\sqrt{2}$	$+\infty$	
$g(x)$	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$

الجزء الثاني :

1 لتكن الدالة f المعرفة على المجال:

$$D_f =]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$$

بـ:

$$f(x) = \frac{2\sqrt{x^2 - 1}}{x} - x + 1.$$

أ) 2 دراسة قابلية اشتقاق f :

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = +\infty,$$

$\Rightarrow x = 1^+$ غير قابلة للاشتقاق عند

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = +\infty,$$

$\Rightarrow x = -1^-$ غير قابلة للاشتقاق عند

ب) حساب النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty.$$

ج) إثبات أن:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}}, \quad x \in D_f.$$

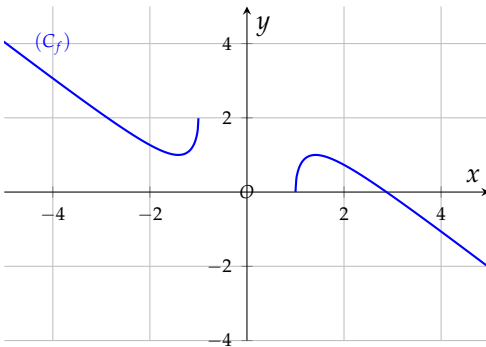
د) إنشاء جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	-1	1	$\sqrt{2}$	$+\infty$	
$g(x)$	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$
$f'(x)$	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		2		$f(\sqrt{2})$		$-\infty$

هـ) إثبات أن النقطة $I(0,1)$ مركز تناظر لـ (C_f) :

$$f(-x) + f(x) = 2.$$

و) إنشاء (C_f) :



اتمنى