

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

1/ f و g دالتان معرفتان على $]2; +\infty[$ بـ: $f(x) = x^2 + 2$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

الدالة $g \circ f$ هي الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ:

(أ) $(g \circ f)(x) = \frac{1}{x^2}$ (ب) $(g \circ f)(x) = \frac{1}{x}$ (ج) $(g \circ f)(x) = x$

2/ f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 1$ ومنه $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ تساوي :

(أ) 4 (ب) -4 (ج) 3

3/ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^2 + 2x$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم، معادلة المماس لـ (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 1 هي :

(أ) $y = 4x + 1$ (ب) $y = 4x - 1$ (ج) $y = x + 1$

4/ h الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{5\}$ بـ: $h(x) = 3 + \frac{1}{x-5}$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، (C_h) هو صورة المنحنى الممثل للدالة مقلوب بانسحاب شعاعه :

(أ) $\vec{v} \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$ (ب) $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ (ج) $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

(I) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد

والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (T) مماس (C_f) عند النقطة A ذات

الفاصلة -1، كما هو موضح في الشكل المقابل.

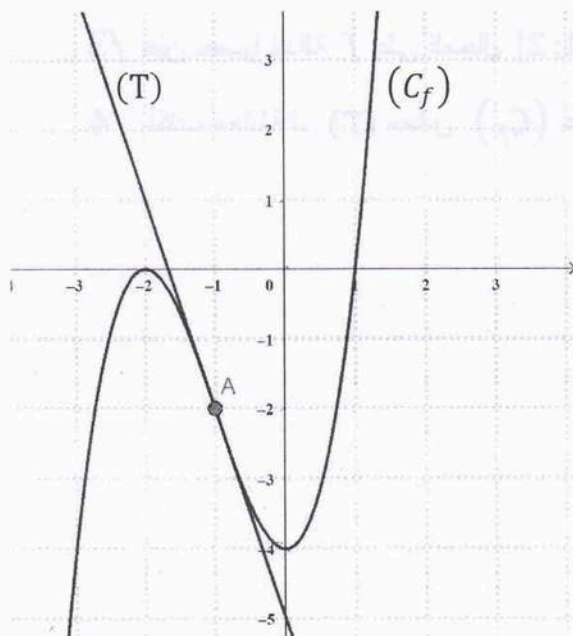
* بقراءة بيانية :

(1) عيّن $f(-1)$ ، $f'(0)$ ، $f'(-1)$.

(2) أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة -1.

(3) عيّن اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(4) عيّن القيم الحدية المحلية للدالة f .



(5) عيّن حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f(x)$.

(6) حل بيانيا في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.

(7) بيّن أنّ النقطة $A(-1; -2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

(II) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = |f(x)|$.

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق. اشرح طريقة انشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

(I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 4x^3 + 6x^2 + 8$.

(1) أحسب $g(-2)$ ، ماذا تستنتج ؟

(2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = (x+2)(4x^2 - 2x + 4)$.

(3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x) = 0$ ثم أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{2x^3 - 8}{x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -1$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

2/ عيّن القيم الحدية المحلية للدالة f .

3/ عيّن حصرا للدالة f على المجال $[1; 2]$.

4/ أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

التصحيح التوضيحي للإمتحان الفصل الأول في مادة الرياضيات

الأستاذ
بولفيني عبد الرزاق

المستوى: ٥٤ / ٥٤

تمرين ٥٤ /

١/ الإجابة الصحيحة هي:

$$(g \circ f)(x) = \frac{1}{x} \quad (ب)$$

التبرير:

لنأخذ أي $x \in]0; +\infty[$:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2} - 2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2}}$$

$$= \frac{1}{x}$$

٢/ الإجابة الصحيحة هي:

٤ (أ)

التبرير:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 1 - 3}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h+4)}{h}$$

$$= 4$$

الأستاذ
بولفيني عبد الرزاق

٣/

الإجابة الصحيحة هي: (ب)
التبرير:

$$(٣): y = g'(1)(x-1) + g(1)$$

$$g'(1) = 4 \quad \text{لأننا}$$

$$g(1) = 3 \quad \text{و}$$

$$y = 4(x-1) + 3 \quad \text{وهذه}$$

$$= 4x - 4 + 3$$

$$= 4x - 1$$

(٤)

الإجابة الصحيحة هي: (ج) $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

التبرير:

$$h(x) = 3 + \frac{1}{x-5} \quad \text{لأننا}$$

$$= 3 + k(x-5)$$

$$= k(x-5) + 3$$

$$k: x \mapsto \frac{1}{x} \quad \text{حيث}$$

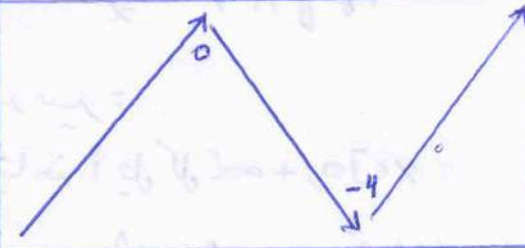
$$h(x) = k(x-5) + 3 \quad \text{أي}$$

وخلية (C_h) هو صورة (C_k) بالإسقاط

التي تساعده $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

* جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$				



(4) تحديد القيم الحدية المطلقة لـ f :

الدالة f تأخذ قيم حدية كبرى عند -2 هي 0 وقيمة حدية صغرى عند 0 هي -4

(5) إشارة $f(x)$:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f(x)$		-	+	

(6) حل بيانيا المعادلة $f(x) = 0$:

تلاحظ من خلال الشكل البياني للدالة f أن (C_f) يقطع حامل محور التوازي

في نقطتين هما صلتها -2 و 1

وعليه طول المعادلة $f(x) = 0$

هي : $S = \{-2; 1\}$

التصريف الثاني :

$$f(-1) = -2 \quad / 1$$

$$f'(0) = 0$$

$$f'(-1) = \frac{-2 - 1}{-1 - (-2)}$$

$$= \frac{-3}{1}$$

$$= -3$$

(2) كتابة معادلة المماس (T) :

$$(T) : y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$$

$$= -3(x+1) - 2$$

$$= -3x - 5$$

$$(T) : y = -3x - 5$$

(3)

الدالة f متزايدة تمامًا على المجال

$$[-2; +\infty[\text{ و }]-\infty; 0]$$

ومتناقصة تمامًا على المجال $[-2; 0]$

(7) إثبات أن النقطة A هي مركز تماثل (C_f) يقع تحت محور القواسم
 * إنشاء (C_h) :



لنأخذ أي $x \in \mathbb{R}$: $x \in \mathbb{R} \Rightarrow (-2-x) \in \mathbb{R}$
 وبنفس الطريقة أي $x \in \mathbb{R}$ و $(-2-x) \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f(-2-x) + f(x) &= (-2-x)^3 + 3(-2-x)^2 - 4 \\ &\quad + x^3 + 3x^2 + 4 \end{aligned}$$

وهذه

$$\begin{aligned} f(-2-x) + f(x) &= -(2+x)^3 + 3(2+x)^2 - 4 \\ &\quad + x^3 + 3x^2 - 4 \\ &= -8 - x^3 + 6x^2 - 12x + 12 + 3x^2 \\ &\quad + 12x - 4 + x^3 + 3x^2 - 4 \\ &= -4 \\ &= 2(-2) \end{aligned}$$

وعليه النقطة A هي مركز تماثل (C_f)

(II)

$$\begin{aligned} h(x) &= |f(x)| \\ &= \begin{cases} f(x) & f(x) \geq 0 \\ -f(x) & f(x) \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

وعليه (C_h) منطوية على (C_f)

لما (C_f) يكون فوق محور القواسم
 و (C_h) هو نظير (C_f) بالقيسة
 لمحور القواسم لما المنحنى (C_f)

الاستاذ
 بولفيقي عبد الرزاق

التصنيف الثالث = /

I

$$g(-2) = 4(-2)^3 + 6(-2)^2 + 8$$

$$= -32 + 24 + 8$$

$$= 0$$

نتيجة أن (-2) هو جذر $g(x)$

1/2

لدينا أنه أجل كل x حقيقي

$$(x+2)(4x^2 - 2x + 4)$$

$$= 4x^3 - 2x^2 + 4x + 8x^2 - 4x + 8$$

$$= 4x^3 + 6x^2 + 8$$

$$= g(x)$$

3

$$g(x) = 0 \text{ لدينا}$$

$$(x+2)(4x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$x = -2 \text{ أو } x+2=0 \text{ أي } x = -2$$

$$4x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$\Delta = 4 - 4(4)(4)$$

$$= 4 - 64$$

$$= -60 < 0$$

وعليه حلول المعادلة $g(x) = 0$ هي:

$$S = \{-2\}$$

دراسة إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$		$-$	$+$
$4x^2 - 2x + 4$		$+$	$+$
$g(x)$		$-$	$+$

(II)

$$f(x) = \frac{2x^3 - 8}{x+1}$$

1/1

لدينا أنه أجل كل x حقيقي $x \neq -1$
الدالة f قابلة للاشتقاق و
المشتقة f' حيث:

$$f'(x) = \frac{6x^2(x+1) - 2x^3 + 8}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{6x^3 + 6x^2 - 2x^3 + 8}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{4x^3 + 6x^2 + 8}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

(II) استنتاج اتجاه تغير الدالة f

لدينا أنه أجل كل x حقيقي $x \neq -1$

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

وعليه إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$

4/ كتابة معادلة (T)

$$(T): y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$$f'(0) = \frac{g(0)}{1} = \frac{8}{1} = 8$$

$$f(0) = \frac{-8}{1} = -8$$

وهي

$$(T): y = 8x - 8$$

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
g(x)	-	0	+	+
f'(x)	-	0	+	+

وعليه الدالة f متزايدة تمامًا على
المجالين $[-2; -1]$ و $[-1; +\infty]$
وهنا نقطة نهاية على المجال
 $]-\infty; -2]$

* جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
f'(x)	-	0	+	+
f(x)				

2/ تعيين القيم الحدية المحلية

للدالة f :

الدالة f تتقبل قيمة حدية محلية صغرى
عند $x = -2$ هي 24 .

3/ تعيين حصر الدالة f على المجال $[1; 2]$:

لكتابة أي دلالة $x \in [1; 2]$

$$1 \leq x \leq 2$$

والدالة f متزايدة تمامًا على المجال

$$[1; 2] \text{ وعليه } f(1) \leq f(x) \leq f(2)$$

$$\text{وهي } -3 \leq f(x) \leq \frac{8}{3}$$