

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $u_1 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1} = \frac{4n}{n+1}u_n$.

1 - احسب الحدين u_2 و u_3 ، ثم بين أن المتتالية (u_n) ليست حسابية وليست هندسية.

2 - بين أن: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n > 0$ ، استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

3 - (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n = \frac{n}{4^n}u_n + 3$.

(أ) أثبت أن (v_n) متتالية ثابتة، استنتج أن $v_n = 4$.

(ب) أثبت أن $u_n = \frac{4^n}{n}$ ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ وادرس تقاربها. (يمكن وضع $t = n \ln 4$)

4 - من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع: $P_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$ و $S_n = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n}$.

بين أن $P_n = \frac{2^{n(n+1)}}{n!}$ ، ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم فإن: $S_n = \frac{1}{9} \left(4 - \frac{3n+4}{4^n} \right)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1، 1، 1 وأربع كريات سوداء تحمل الأرقام 1، 2، 2، 2 وأربع كريات خضراء تحمل الأرقام 2، 3، 3، 3. (لا نفرق بينها عند اللمس) نسحب من هذا الكيس كرتين في آن واحد بطريقة عشوائية.

1 - نسمي الحادثة A: "سحب كرتين من لونين مختلفين"، والحادثة C: "سحب كرتين تحملان نفس الرقم".

بين أن $p(A) = \frac{8}{11}$ و $p(C) = \frac{3}{11}$ ، ثم احسب $p(A \cap C)$ ، $p(A \cup C)$ و $p(\bar{C}(A))$.

2 - نسمي a و b ترقيم الكرتين المسحوبتين، و X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب الجمع $a+b$ عند سحب كرتين رقميهما مختلف، والجداء $a \times b$ عند سحب كرتين تحملان نفس الرقم.

(أ) برّر أن مجموعة قيم X هي $\{1; 3; 4; 5; 9\}$ ، ثم بين أن $p(X=1) = \frac{6}{55}$ و $p(X=4) = \frac{18}{55}$.

(ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغير X ، ثم احسب $p(X \leq E(X))$ ، حيث $E(X)$ هو الأمل الرياضي.

3 - نرمي زهرة نرد مكعبة ومتوازنة أوجهها مرقمة بـ 1، 1، 2، 2، 3، 3. إذا ظهر الوجه الذي يحمل رقما زوجيا (P) نضيف كرية بيضاء إلى الكيس، وإذا ظهر الوجه الذي يحمل رقما فرديا (I) نضيف إلى الكيس أربع كريات من لونين مختلفين: الأسود والأخضر، بعد ذلك نسحب كرية من الكيس. نسمي (B) سحب كرية بيضاء.

(أ) أنشئ شجرة الاحتمالات التي تتمزج هذه الوضعية، باستعمال الرموز (P)، (I)، (B) و $(\bar{B})$ فقط.

(ب) بين أن $p(B) = \frac{11}{45}$ ، واحسب احتمال ظهور الوجه ذي الرقم الزوجي علما أن الكرية المسحوبة بيضاء.

(ج) ما هو عدد الكريات السوداء المضافة سابقا إذا علمت أن احتمال سحب كرية سوداء (N) هو $\frac{1}{3}$ ؟

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1 - حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 4z + 8 = 0$. اكتب الحلين على الشكل الأسّي.

2 - المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ حيث الوحدة $1cm$.

لتكن النقطتان A و B لاحقتهما $z_A = 2 + 2i$ و $z_B = 2 - 2i$ ، ولتكن I منتصف القطعة [AB].
(أ) بيّن أنّ $(z_A - z_B)^{99} + i(z_A \times z_B)^{66} = 0$.

(ب) اكتب على الشكل الأسّي العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB.

3 - (أ) عيّّن ثم أنشئ المجموعة (E_1) للنقط $M(z)$ من المستوي حيث $|z - z_A| = |\bar{z} - z_A|$.

(ب) عيّّن ثم أنشئ المجموعة (E_2) للنقط $M(z)$ من المستوي حيث $z - z_I = |z_A - z_I|e^{\theta i}$. θ يسمح $\mathbb{R}$

4 - T تحويل نقطي من المستوي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = 2iz + 4 - 8i$.
(أ) عيّّن طبيعة التحويل T وعناصره المميزة.

(ب) عيّّن A' و B' صورتين النقطتين A و B بواسطة التحويل T.

(ج) عيّّن ثم أنشئ المجموعتين (E_1') و (E_2') صورتين المجموعتين (E_1) و (E_2) بواسطة التحويل T.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + 1 + e^{-x-1}$

وليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1 - (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، وبيّن أنّ: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

(ب) بيّن أنّ $(\mathcal{C})$ يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) معادلته $y = x + 1$. ادرس وضعية $(\mathcal{C})$ بالنسبة لـ (Δ) .

2 - (أ) احسب $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f واستنتج إشارة $f(x)$.

(ب) اكتب معادلة لـ (Δ') مماس المنحني $(\mathcal{C})$ عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة.

3 - (أ) احسب $f(-3)$ ، ثم ارسم المستقيم المقارب (Δ) ، والمنحني $(\mathcal{C})$.

(ب) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وعدد حلول المعادلة $1 - me^{x+1} = 0$

4 - n عدد طبيعي غير معدوم. نعتبر $\mathcal{A}(n)$ مساحة الحيز من المستوي المحدّد بالمنحني $(\mathcal{C})$ ، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما: $x = -1 + \ln(n+1)$ و $x = -1 + \ln n$.

(أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $\mathcal{A}(n) = \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)u.a$.

(ب) نضع: $S_n = \mathcal{A}(1) + \mathcal{A}(2) + \dots + \mathcal{A}(n)$. احسب بـ cm^2 المجموع S_n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

5 - M نقطة من $(\mathcal{C})$ فاصلتها a، و N نقطة تقاطع المماس لـ $(\mathcal{C})$ عند M مع المستقيم (Δ) .

(أ) بيّن أنّ معادلة المماس لـ $(\mathcal{C})$ عند M هي: $y = (1 - e^{-a-1})x + 1 + e^{-a-1}(a+1)$.

(ب) M' و N' المسقطان العموديان لـ M و N على حامل محور الفواصل. بيّن أنّ $N(a+1; a+2)$ ،

واستنتج أنّ $M'N' = 1$ ، ثم اشرح كيفية رسم المماس (Δ') بطريقة بسيطة، وارسمه في المعلم السابق.

6 - (أ) بيّن أنّ الدالة f والدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = \ln[f(x)]$ لهما نفس اتجاه التغيّر.

(ب) بيّن أنّ $g(x) = -x - 1 + \ln[1 + (x+1)e^{x+1}]$ ، واستنتج أنّ منحنى g يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثانيالتمرين الأول: (05 نقاط)

I - 1 - حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $(z - \sqrt{3})(z^2 + 4\sqrt{3}z + 21) = 0$

2 - لتكن z_1 ، z_2 و z_3 حلول المعادلة السابقة، بين أن: $\left(\frac{z_1 + z_2 + z_3}{3\sqrt{3}i}\right)^{1445} = i$

II - في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. لتكن النقط A ، B و C من هذا

المستوي التي لواحقها على الترتيب: $z_A = \sqrt{3}$ ، $z_B = -2\sqrt{3} - 3i$ و $z_C = -2\sqrt{3} + 3i$.

1 - بين أن لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع هي $z_D = \sqrt{3} + 6i$.

2 - أ) بين أن $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، استنتج طبيعة المثلث ABC والرباعي $ABCD$ ثم مثلهما.

ب) اكتب معادلة الدائرة (Γ) المحيطة بالمثلث ABC ثم مثلها.

ج) بين أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران r ، يطلب تعيين مركزه وزاويته.

3 - أ) عيّن العدد الحقيقي α حتى تكون النقطة D مرجحا للجملة: $\{(A, \alpha); (B, -1); (C, 1)\}$.

ب) عيّن ومثل (Γ') مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}\|$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1 - f ، g و h الدوال العددية المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = \frac{-3 - \ln x}{x} \quad , \quad g(x) = (2x - 3)e^x \quad \text{و} \quad h(x) = \sqrt{4x - 3}$$

بين أن: $f'(1) = h'(1) = 2$ ، وأن: $g'(1) = e$.

2 - يحتوي كيس على 8 كرات لا نفرق بينها عند اللمس. 4 كرات كل منها تحمل الحرف f ، 3 كرات كل منها

تحمل الحرف g ، وكرة واحدة تحمل الحرف h . نسحب من هذا الكيس عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات. نرمز بـ k

جمع الدوال المكتوبة على الكرات المسحوبة، كمثال عند سحب 3 كرات كلها تحمل الحرف f نضع $k = 3f$.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات العدد $k'(1)$.

أ) برّر أن مجموعة قيم X هي $\{3e; 2e + 2; e + 4; 6\}$ ، ثم بين أن $p(X = 6) = \frac{5}{28}$.

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

3 - نسحب الآن من هذا الكيس عشوائيا على التوالي 3 كرات بحيث نعيد في كل مرة الكرة المسحوبة إلى الكيس.

احسب احتمال سحب 3 كرات مختلفة مثتى مثتى.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ ، $u_1 = \frac{1}{3}$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $9u_{n+2} = 6u_{n+1} - u_n$.
- 1 - احسب الحد u_2 ، ثم بين أن المتتالية (u_n) ليست حسابية وليست هندسية.
 - 2 - (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3u_{n+1} - u_n$.
أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n .
 - 3 - (w_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = \frac{u_n}{v_n}$.
(أ) أثبت أن (w_n) متتالية حسابية أساسها 1 ، ثم اكتب عبارة w_n بدلالة n .
(ب) أثبت أن $u_n = \frac{n}{3^n}$ ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ وادرس تقاربها. (يمكن وضع $t = n \ln 3$)
 - 4 - من أجل كل عدد طبيعي نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $S_n = \frac{1}{4} \left(3 - \frac{2n+3}{3^n} \right)$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- I - f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x(2 - \ln x)^2$.
ليكن ($\mathcal{C}_f$) تمثيلها البياني في المستوى المزود بالمعلم المتعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 1 - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم بوضع $\ln x = t$ ، بين أن $\lim_{t \rightarrow -\infty} (t^2 e^t - 4te^t + 4e^t) = 0$.
 - 2 - (أ) أثبت أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ ، فإن $f'(x) = \ln x(-2 + \ln x)$.
(ب) ادرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .
(ج) بين أن ($\mathcal{C}_f$) يقبل نقطة انعطاف A ، ثم اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني ($\mathcal{C}_f$) عند A .
 - 3 - (أ) احسب $f(15)$ ، ثم ارسم المنحني ($\mathcal{C}_f$) والمماس (Δ) . الوحدة $1cm$.
(ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وعدد حلول المعادلة $f(x) + m = 0$.
- II - g الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2x(2 - \ln x)$ ، وليكن ($\mathcal{C}_g$) تمثيلها البياني .
- 1 - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، وبين أن: $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$.
 - 2 - أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، فإن $g'(x) = 2 - 2 \ln x$ ، ثم شكّل جدول تغيرات g .
 - 3 - (أ) أثبت أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ ، فإن $f(x) - g(x) = x f'(x)$.
(ب) ادرس وضعية المنحني ($\mathcal{C}_f$) بالنسبة للمنحني ($\mathcal{C}_g$) مع تحديد نقاط تقاطعهما .
(ج) احسب $g(10)$ ، ثم ارسم المنحني ($\mathcal{C}_g$) في نفس المعلم السابق .
 - 4 - (أ) باستعمال التكامل بالتجزئة، بين أن: $\int_1^{e^2} (f(x) - g(x)) dx = -4 - \int_1^{e^2} f(x) dx$. استعن بـ (II - 3 - أ) .
(ب) باستعمال التكامل بالتجزئة، بين أن: $\int_1^{e^2} g(x) dx = \frac{e^4 - 5}{2}$ ، استنتج أن: $\int_1^{e^2} f(x) dx = \frac{e^4 - 13}{4}$.
(ج) استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ ($\mathcal{C}_f$) و ($\mathcal{C}_g$) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = 1$ و $x = e^2$.

انتهى الموضوع الثاني

$$P(A \cap B) = \frac{C_3^1 \times C_6^1}{C_{12}^2} = \frac{3}{11}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{21}{22}$$

$$P\left(\frac{A}{\bar{B}}\right) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{C_3^1 \times C_6^1}{C_{12}^2} \quad \text{أو}$$

$$P(X=3) = \frac{C_1^1 \times C_6^1}{C_{12}^2} = \frac{1}{11} ; P(X=2) = \frac{C_4^1 \times C_6^1}{C_{12}^2} = \frac{4}{33} \quad (2)$$

$$P(X=5) = \frac{C_3^1 \times C_6^1}{C_{12}^2} = \frac{9}{22} ; P(X=4) = \frac{C_2^1 \times C_6^1}{C_{12}^2} = \frac{7}{33}$$

$$P(X=6) = \frac{C_2^2 + C_4^2 + C_2^2 + C_2^2}{C_{12}^2} = \frac{1}{6}$$

x_i	2	3	4	5	6
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{33}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{7}{33}$	$\frac{9}{22}$	$\frac{1}{6}$

$$E(X) = \frac{8}{33} + \frac{3}{11} + \frac{28}{33} + \frac{45}{22} + \frac{6}{6} = \frac{97}{22}$$

$$P_n = \frac{3^n}{12^n} = \left(\frac{1}{4}\right)^n \quad (P(3))$$

$$\ln\left(\frac{1}{4}\right)^n \geq \ln 10^{-8} \quad \text{يعني} \quad \left(\frac{1}{4}\right)^n \geq 10^{-8}$$

$$(n=13) : \text{وهو} \quad n \leq 13, 9 \quad , \quad n \leq \frac{-8 \ln 10}{\ln\left(\frac{1}{4}\right)}$$

$$4^n \leq 10^8 \quad \text{يمكن حل المتراجحة}$$

$$P'_n = n \left(\frac{3^1 \times 9^{n-1}}{12^n} \right) = n \left(\frac{1}{4} \right) \left(\frac{3}{4} \right)^{n-1} \quad (4)$$

تمرين 3:

$$\Delta = -16 = 16i^2 ; Z^2 - 4Z + 8 = 0 \quad (1)$$

$$\text{مترافقين} \begin{cases} Z_1 = 2 - 2i = 2\sqrt{2} e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)} \\ Z_2 = 2 + 2i = 2\sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (Z_A - Z_B)^{99} + i(Z_A \times Z_B)^{66} &= (4i)^{99} + i 8^{66} \quad (2) \\ &= 4^{99} \times i^{99} + i (2^3)^{66} = (2^2)^{99} \times i (i^2)^{66} + 2^{198} i \\ &= -2^{198} i + 2^{198} i = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{Z_A}{Z_B} = \frac{2\sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2} e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}} = e^{i\frac{\pi}{2}} \quad (4)$$

$$\left| \frac{Z_A}{Z_B} \right| = \frac{OA}{OB} = 1 \quad \text{و} \quad \arg\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right) = (\vec{OB}, \vec{OA}) = \frac{\pi}{2}$$

وهو المثلث OAB متساوي الساقين وقائم في O

$$|Z - Z_A| = |\bar{Z} - \bar{Z}_B| \quad \text{يعني} \quad |Z - Z_A| = |\bar{Z} - Z_A| \quad (3)$$

$$|Z - Z_A| = |\bar{Z} - Z_B| \quad \text{يعني} \quad |Z - Z_A| = |\bar{Z} - \bar{Z}_B|$$

تصحيح البكالوريا التجريبية 2024

تمرين 1: عبد المطلب

$$M_2 = 8 \quad \text{و} \quad M_3 = \frac{64}{3}$$

$$\frac{M_3}{M_2} \neq \frac{M_2}{M_1} \quad \text{و} \quad M_3 - M_2 \neq M_2 - M_1$$

وهو: (M_n) ليست حسابية ولا هندسية

$$(2) \quad n=1 : P(M_1 > 0) \text{ وهو } M_1 = 4 \quad \text{وهو: } M_1 > 0 \text{ (محققة)}$$

نفرض أن $M_n > 0$ ونبرهن صحة $M_{n+1} > 0$

$$\text{لدينا: } M_n > 0, \quad \left(\frac{4n}{n+1}\right) \times M_n > 0 \quad \text{وهو: } M_{n+1} > 0$$

$$\text{من أجل كل } n \in \mathbb{N}^* : M_n > 0$$

$$M_{n+1} - M_n = \frac{4n}{n+1} M_n - M_n = \frac{3n-1}{n+1} M_n > 0 \quad (3)$$

نجد من أجل $n > 0 : 3n-1 > 0$ (متزايدة (M_n))

$$V_{n+1} = \frac{n+1}{4^{n+1}} M_{n+1} + 3 = \frac{n+1}{4^{n+1}} \left(\frac{4n}{n+1} M_n + 3 \right) + 3$$

$$V_{n+1} = \frac{4n}{4^{n+1}} M_n + 3 = \frac{n}{4^n} M_n + 3 = V_n$$

وهو: (V_n) ثابتة

$$V_n = V_1 = \frac{M_1}{4} + 3 = 4 \quad \text{قيمة } V_n$$

$$M_n = \frac{(V_n - 3) 4^n}{n} \quad \text{يعني} \quad V_n = \frac{n}{4^n} M_n + 3 \quad (4)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{n \ln 4}}{n} = \lim_{t \rightarrow \infty} \ln 4 \times \frac{e^t}{t} = +\infty$$

وهو: (M_n) متباعدة.

$$P_n = M_1 \times M_2 \times \dots \times M_n = \frac{4^1}{1} \times \frac{4^2}{2} \times \dots \times \frac{4^n}{n} \quad (4)$$

$$P_n = \frac{4^{1+2+\dots+n}}{1 \times 2 \times \dots \times n} = \frac{4^{\frac{n(n+1)}{2}}}{n!} = \frac{e^{n(n+1)}}{n!}$$

$$S_n = \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} + \dots + \frac{1}{M_n} = \frac{1}{9} \left(4 - \frac{3n+4}{4^n} \right)$$

$$S_n = \frac{1}{9} \left(4 - \frac{3n+4}{4^n} \right) \quad ; \quad n=1 \quad \text{(محققة)}$$

نفرض صحة S_n ونبرهن صحة S_{n+1} أي

$$S_{n+1} = \frac{1}{9} \left(4 - \frac{3n+7}{4^{n+1}} \right)$$

$$S_{n+1} = \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} + \dots + \frac{1}{M_n} + \frac{1}{M_{n+1}} = S_n + \frac{1}{M_{n+1}}$$

$$S_{n+1} = \frac{1}{9} \left(4 - \frac{3n+4}{4^n} \right) + \frac{n+1}{4^{n+1}} = \frac{1}{9} \left(4 - \frac{4(3n+4)}{4^{n+1}} + \frac{9(n+1)}{4^{n+1}} \right)$$

$$S_{n+1} = \frac{1}{9} \left(4 - \frac{12n+16-9n-9}{4^{n+1}} \right) = \frac{1}{9} \left(4 - \frac{3n+7}{4^{n+1}} \right)$$

(محققة) وهو: من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ S_n صحيحة

تمرين 2:

$$P(A) = \frac{C_3^1 \times C_6^1}{C_{12}^2} = \frac{4}{11} \quad (1)$$

$$P(B) = 1 - \frac{C_2^1 \times C_4^1 + C_2^2}{C_{12}^2} = \frac{19}{22}$$

يساوي 2 أو 3

$e^{-x-1} = m$ يعني $1 - m e^{x+1} = 0$ (ب)
 $f(x) = x + m + 1$ أي $x + 1 + e^{-x-1} = x + m + 1$
 حلول هذه المعادلة هي خواصل نقاط تقاطع (ج)
 مع المستقيمات الموازية لـ (Δ): (صيلها 1)
 $m + 1 \leq 2$ أي $m \leq 1$ لا يوجد حلول
 $1 < m + 1 < 2$ أي $0 < m < 1$ حل وحيد موجب
 $m + 1 > 2$ أي $m > 1$ حل وحيد سالب
 $m + 1 = 2$ أي $m = 1$ حل وحيد معدوم

$A(n) = \int_{-1+\ln n}^{-1+\ln(n+1)} (f(x) - x - 1) dx = \int_{-1+\ln n}^{-1+\ln(n+1)} e^{-x-1} dx$ (P 4)

$A(n) = \left[-e^{-x-1} \right]_{-1+\ln n}^{-1+\ln(n+1)} = -e^{-(-1+\ln(n+1))} + e^{-(-1+\ln n)} = -\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n}$
 و مثلاً: $A(n) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

$S_n = A(1) + A(2) + \dots + A(n)$ (ب)
 $S_n = \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) n a$
 $S_n = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$
 $S_n = \left(4 - \frac{4}{n+1}\right) \text{ cm}^2$
 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 4 \text{ cm}^2$

$y = f'(a)(x-a) + f(a)$ (P 5)
 $y = (1 - e^{-a-1})(x-a) + a + 1 + e^{-a-1}$
 $y = (1 - e^{-a-1})x + 1 + (a+1)e^{-a-1}$
 $(1 - e^{-a-1})x + 1 + (a+1)e^{-a-1} = x + 1$ (ب)
 $-e^{-a-1}x + e^{-a-1}(a+1) = 0$
 $N(a+1, a+2)$ أي $y = a+2$ و $x = a+1$ ، و
 $N'(a+1, 0)$ و $M'(a, 0)$
 $M'N' = \sqrt{(a+1-a)^2 + 0^2} = 1$ إذن
 $N(2, 2)$ عند (Δ) يقطع $x_0 = 0$ عند (ج)

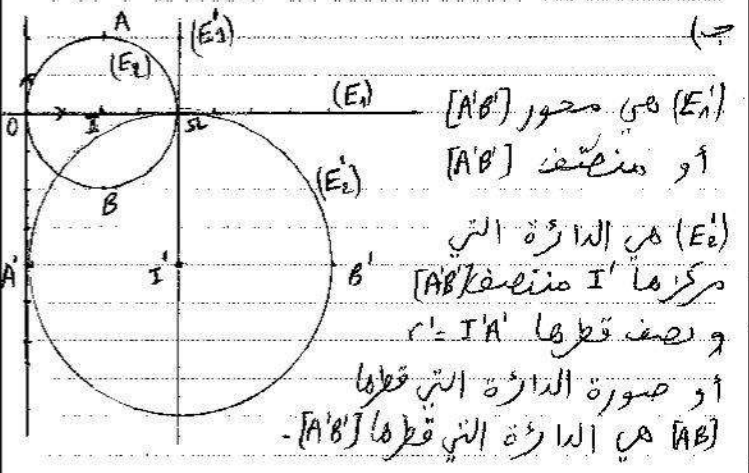
$g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$ و مثلاً: $g(x) = \ln[f(x)]$ (P 6)
 بما أن $f(x) > 0$ و مثلاً $f(x) > 0$ و g لها نفس اتجاه التغير
 $g(x) = \ln(x+1 + e^{-x-1}) = \ln[e^{-x-1}(e^{x+1}(x+1) + 1)]$ (ب)
 $g(x) = \ln e^{-x-1} + \ln(e^{x+1}(x+1) + 1)$
 $g(x) = -x-1 + \ln(1 + (x+1)e^{x+1})$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1 + (x+1)e^{x+1}) = 0$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x+1)e^{x+1} = 0$ إذن
 منحني g يقترب من مستقيمتها $y = -x-1$ كما مثلاً

(AB) هي محور القطعة (E_1) : $AM = BM$

$|Z - Z_I| = AI$ يعني $Z - Z_I = |Z_A - Z_I| e^{i\theta}$ (ب)
 $r = AI$ أي دائرة مركزها I و $IM = AI$

$Z' = 2 e^{i\frac{\pi}{2}} Z + 4 - 8i$: T (P 4)
 T تشابه مباشر نسبته 2، زاويته $\frac{\pi}{2}$
 ومركزه $\Omega(4, 0)$ أي $w = \frac{4-8i}{1-2i} = 4$
 $A'(0, -4)$ و $Z_{A'} = 2 \lambda Z_A + 4 - 8i = -4i$ (ب)
 $B'(8, -4)$ و $Z_{B'} = 2 \lambda Z_B + 4 - 8i = 8 - 4i$



تمرين 4:

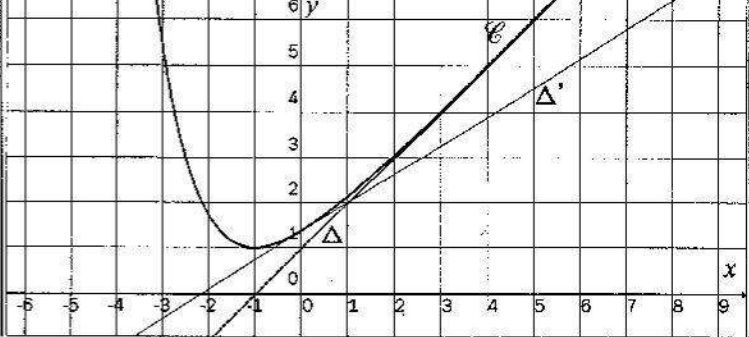
$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x-1} = 0$ لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (P 1)
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x-1) \left(-1 + \frac{e^{-x-1}}{-x-1} \right) = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x - 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x-1} = 0$ (ب)
 و مثلاً: (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ (ج) بجوار $x=0$
 $(f(x) - x - 1) > 0$ و مثلاً (ج) أعلى (Δ)

$f'(x) = 1 - e^{-x-1}$ (P 2)

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)	$+\infty$	1	$+\infty$

يمكن كتابة $f'(x)$ على شكل: $1 - \frac{1}{e^{x+1}}$
 $f'(x) = \frac{e^{x+1} - 1}{e^{x+1}}$

من جدول التغيرات: $f(x) > 0$
 $y = f'(0)(x-0) + f(0) = (1 - e^{-1})x + 1 + e^{-1}$ (ب)
 $f(3) \approx 5.4$ (P 3)



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \cup \downarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty \quad (I-II)$$

x	0	e	$+\infty$
$g'(x)$		+	-
$g(x)$	0	$2e$	$-\infty$

$$f(x) - g(x) = x f'(x) \quad \text{Lies}$$

$$\int_{\gamma} f(x) - g(x) dx = \int_{\gamma} x f'(x) dx \quad (P. 14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u'(x) = 1 \\ v(x) = f(x) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} u(x) = x \\ v'(x) = f'(x) \end{array} \right.$$

$$\int_1^{e^2} (f(x) - g(x)) dx = [x f(x)]_1^{e^2} - \int_1^{e^2} f(x) dx$$

$$\int_1^{e^2} (f(x) - g(x)) dx = -4 - \int_1^{e^2} f(x) dx, \text{ since}$$

$$\int_1^{e^2} g(x) dx = \int_1^{e^2} x(x - \ln x) dx \quad (b)$$

$$\begin{cases} u'(x) = -\frac{1}{x} \\ v(x) = x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} u(x) = 2 - \ln x \\ v'(x) = 2x \end{cases}$$

$$\int_1^{e^2} g(x) dx = \left[x^2(2 - \ln x) \right]_1^{e^2} - \int_1^{e^2} -x dx$$

$$\int_1^{e^2} g(x) dx = \left[x^2(2 - \ln x) + \frac{x^2}{2} \right]_1^{e^2}$$

$$\int_1^{e^2} g(x) dx = \frac{e^4 - 5}{2}$$

$$\int_1^{e^2} f(x) dx - \int_1^{e^2} g(x) dx = -4 - \int_1^{e^2} f(x) dx$$

$$\int_1^{e^2} f(x) dx = \frac{1}{e} \int_1^{e^2} g(x) dx - 2 = \frac{e^4 - 13}{4}$$

$$A = \int_1^e (g(x) - f(x)) dx = \frac{e^4 + 3}{4} \text{ u.a.} \quad (\rightarrow)$$

$(W_n = n)$ i.e., $W_n = W_0 + nr$

$$U_n = W_n \cdot V_n : \text{معنى } W_n = \frac{U_n}{V_n} \quad (ب)$$

$$M_n = \frac{n}{3^n} : \text{Eisg} \quad , \quad M_n = n \left(\frac{1}{3} \right)^n$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{3^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{e^{n \ln 3}} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^t} \left(\frac{t}{e^t} \right) = 0$$

ومنه: (M_n) متناهي، 4.

$$S_n = M_0 + M_1 + \dots + M_n = \frac{1}{4} \left(3 - \frac{2n+3}{3^n} \right) \quad 14$$

(4.2.20) $S_0 = \frac{1}{4} \left(3 - \frac{3}{1} \right) = 0 = M_0 \quad \underline{n=0}$

نقص آن $S_n = \frac{1}{4} \left(3 - \frac{2n+3}{3^n} \right)$ و نیز $S_{n+1} = \frac{1}{4} \left(3 - \frac{2n+5}{3^{n+1}} \right)$

$$S_{n+r} = M_0 + M_1 + \dots + M_n + M_{n+1} = \dots = S_n + M_{n+1}$$

$$S_{n+1} = \frac{1}{4} \left(3 - \frac{2n+3}{3^n} \right) + \frac{n+1}{3^{n+1}} = \frac{1}{4} \left(3 - \frac{3(2n+3)}{3^{n+1}} + \frac{4(n+1)}{3^{n+1}} \right)$$

$$S_{n+1} = \frac{1}{4} \left(3 - \frac{6n+9-4n-4}{3^{n+1}} \right) = \frac{1}{4} \left(3 - \frac{2n+5}{3^{n+1}} \right)$$

(محققه) ومات من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ صحبة

تَمْرِين 4 :

$$\lim_{x \rightarrow t_0} \ln x = +\infty \quad \text{if} \quad \lim_{x \rightarrow t_0} f(x) = -\infty \quad (2-1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x(\ln x)^2 - 4x \ln x + 4x) = \lim_{t \rightarrow \infty} (t^2 e^{-t} - 4te^{-t} + 4e^{-t}) = 0$$

$$f'(x) = (2 - \ln x)^2 + 2\left(\frac{-1}{x}\right)(2 - \ln x)x \quad (P(2$$

$$f'(x) = 4 + (\ln x)^2 - 4 \ln x - 2(2 - \ln x) = (\ln x)^2 - 2 \ln x$$

$$(f'(x) = \ln x (\ln x - 2))$$

[illegible]

x	0	1	e^2	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$	0	4	0	$+\infty$

$$f'(x) = \frac{1}{x}(-2 + \ln x) + \frac{1}{x} \ln x = \left(\frac{-2 + 2 \ln x}{x} \right) \quad (\Rightarrow)$$

$$A(e; e) \xrightarrow{-e+} x=e \text{ lb } f'(x)=0$$

$$y = f'(e)(x-e) + f(e) = \underbrace{-x + 2e}_{=: \Delta} : (\Delta)$$

