

واجب منزل رقم 02 في مادة الرياضيات

التمرين الأول: لتكن الأعداد الحقيقية x ، y و z بحيث: $x = \frac{7}{\sqrt{2}+1}$ ، $y = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ و $z = 3\sqrt{2}-4$

(1) قارن بين العددين 4 و $3\sqrt{2}$ ، ثم استنتج إشارة العدد z

(2) بين أن $2z = x - y$ ، ثم استنتج المقارنة بين العددين x و y

التمرين الثاني: a و b عددان حقيقيان بحيث: $a = 3 - 2\sqrt{5}$ و $b = \sqrt{29} - 6\sqrt{20}$ ، ولدنيا: $2,2 \leq \sqrt{5} \leq 2,3$

(1) عين حصراً للعدد a بين عددين ناطقين، ثم استنتج إشارة a ، ثم أحسب $|a|$

(2) أ- أحسب الفرق $a^2 - b^2$ ، ثم استنتج العلاقة بين a و b ب- استنتج حصراً لـ b بين عددين ناطقين.

التمرين الثالث: ليكن x و y عددان حقيقيان حيث: $-3 < x < -1$ ، $3 < y < 6$

وليكن A و B عددان حقيقيان حيث: $A = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{y - x}}$ و $B = \left| \frac{x+1}{2} \right|$

(1) أ- بين أن: $10 < x^2 + y^2 < 45$ و $4 < y - x < 9$ ، ب- استنتج حصراً لـ A

(2) أ- أوجد حصراً لـ $\frac{x+1}{2}$ ثم استنتج حصراً لـ B ، ب- استنتج مقارنة بين: B^{-10} ، B^{-12} ، B^{27} و B^{16}

التمرين الرابع: أكمل الجدول التالي:

المجموعات:	المجموعة I	المجموعة J	$I \cap J$	$I \cup J$
الحالة 01:	$]-2; 4]$	$[1; +\infty[$		
الحالة 02:	$]-5; 5]$	$[-3; 5[$		
الحالة 03:	$]-\infty; -2[$	$]-5; -3[\cup [3; +\infty[$		
الحالة 04:	$]-\infty; -3[\cup [2; 7[$	$[-4; 4]$		

التمرين الخامس: (d) مستقيم مزود بالمعلم $(O; I)$

A و B نقطتان من (d) فاصلتهما -3 و 2 على الترتيب، و M نقطة من (d) فاصلتها x .

(1) علم النقط A و B على المستقيم (d)

(2) بيانياً حل في $\mathbb{R}$: $|3x+9|=12$; $|x+3|-|2-x|=0$; $|x+3| \leq |x-2|$

(3) نضع فيما يلي: $F(x) = AM + BM$

أ- تحقق أن: $F(x) = |x+3| + |x-2|$ ب- بيانياً حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $F(x) = 5$

التمرين السادس: أكمل الجدول التالي:

الصيغة:	الحصر:	المجالات:	المسافة:	القيمة المطلقة:
الحالة 01:		$x \in]-3; -2[$		
الحالة 02:			$d(-3; x) \leq 4$	
الحالة 03:				$ 3-2x > 1$
الحالة 04:	$-2 \leq -2x \leq 8$			

حل الواجب المنزلي رقم 02 في مادة الرياضياتحل التمرين الأول:(1) المقارنة بين 4 و $3\sqrt{2}$:طريقة 01: لدينا من جهة $(4)^2 = 16$ ومن جهة أخرى $(3\sqrt{2})^2 = 18$ ومنه: $(4)^2 < (3\sqrt{2})^2$ وبما أن 4 و $3\sqrt{2}$ موجبان ومنه نستنتج أن: $4 < 3\sqrt{2}$ طريقة 02: نعلم أن: $4 = \sqrt{16}$ و $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ وبما أن: $16 < 18$ ومنه نستنتج أن: $\sqrt{16} < \sqrt{18}$ أي: $4 < 3\sqrt{2}$ • استنتاج إشارة z : مما سبق وجدنا: $4 < 3\sqrt{2}$ هذا يعني أن $0 < 3\sqrt{2} - 4$ إذن: $0 < z$ (العدد z موجب تمامًا)(2) إثبات أن $x - y = 2z$:

لدينا: $x - y = \frac{7}{\sqrt{2}+1} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$	يكافئ: $x - y = \frac{7(\sqrt{2}-1) - 1(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$	يكافئ: $x - y = 7\sqrt{2} - 7 - \sqrt{2} - 1$
يكافئ: $x - y = 6\sqrt{2} - 8$	يكافئ: $x - y = 2(3\sqrt{2} - 4)$	إذن فعلاً: $x - y = 2z$

• استنتاج المقارنة بين x و y :مما سبق لدينا: $0 < z$ ومنه: $0 < 2z$ وبالتالي: $0 < x - y$ إذن: $y < x$ حل التمرين الثاني:(1) تعيين حصر a بين عددين ناطقين:لدينا: $2,2 \leq \sqrt{5} \leq 2,3$ ومنه: $-4,4 \leq -2\sqrt{5} \leq -4,6$ ومنه: $-1,4 \leq 3 - 2\sqrt{5} \leq -1,6$ أي: $-\frac{8}{5} \leq a \leq -\frac{7}{5}$ • استنتاج إشارة a : بما أن $-\frac{8}{5} \leq a \leq -\frac{7}{5}$ إذن: $a < 0$ • حساب $|a|$: بما أن $a < 0$ إذن: $|a| = -a = -(3 - 2\sqrt{5}) = -3 + 2\sqrt{5}$ (2) حساب الفرق $a^2 - b^2$:

لدينا: $a^2 - b^2 = (3 - 2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{29 - 6\sqrt{20}})^2$	يكافئ: $a^2 - b^2 = 9 + 20 - 12\sqrt{5} - (29 - 6\sqrt{20})$
يكافئ: $a^2 - b^2 = 29 - 12\sqrt{5} - 29 + 6\sqrt{4 \times 5}$	إذن: $a^2 - b^2 = 0$

• استنتاج العلاقة بين a و b :بما أن $a^2 - b^2 = 0$ هذا يعني أن $a^2 = b^2$ وبما أن a و b مختلفان في الإشارة نستنتج أن: $a = -b$ (a و b متعاكسان)ب- استنتاج حصر b بين عددين ناطقين: ($a = -b$ يكافئ $b = -a$)لدينا مما سبق $-\frac{8}{5} \leq a \leq -\frac{7}{5}$ ومنه: $\frac{7}{5} \leq -a \leq \frac{8}{5}$ إذن: $\frac{7}{5} \leq b \leq \frac{8}{5}$

حل التمرين الثالث:

1) إثبات أن $10 < x^2 + y^2 < 45$ و $4 < y - x < 9$:

• إثبات أن $10 < x^2 + y^2 < 45$:

لدينا: $\begin{cases} -3 < x < -1 \\ 3 < y < 6 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} 1 < x^2 < 9 \\ 9 < y^2 < 36 \end{cases}$ ومنه: $1 + 9 < x^2 + y^2 < 9 + 36$ إذن فعلاً: $10 < x^2 + y^2 < 45$

• إثبات أن $4 < y - x < 9$:

لدينا: $\begin{cases} -3 < x < -1 \\ 3 < y < 6 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} 1 < -x < 3 \\ 3 < y < 6 \end{cases}$ ومنه: $3 + 1 < y + (-x) < 6 + 3$ إذن فعلاً: $4 < y - x < 9$

ب - إستنتاج حصر A :

لدينا مسبقاً: $\begin{cases} 10 < x^2 + y^2 < 45 \\ 4 < y - x < 9 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} \frac{1}{9} < \frac{1}{y-x} < \frac{1}{4} \end{cases}$ ومنه: $10 \times \frac{1}{9} < (x^2 + y^2) \times \frac{1}{y-x} < 45 \times \frac{1}{4}$

ومنه: $\frac{10}{9} < \frac{x^2 + y^2}{y-x} < \frac{45}{4}$ ومنه: $\sqrt{\frac{10}{9}} < \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{y-x}} < \sqrt{\frac{45}{4}}$ إذن: $\frac{\sqrt{10}}{3} < A < \frac{3\sqrt{5}}{2}$



2) إيجاد حصر $\frac{x+1}{2}$: لدينا: $-3 < x < -1$ يكافئ: $-2 < x+1 < 0$ إذن: $-1 < \frac{x+1}{2} < 0$

• إستنتاج حصر B : (تذكير): $\left| \frac{x+1}{2} \right| = \sqrt{\left(\frac{x+1}{2} \right)^2}$

لدينا: $-1 < \frac{x+1}{2} < 0$ ومنه: $0 < \left(\frac{x+1}{2} \right)^2 < 1$ ومنه: $0 < \sqrt{\left(\frac{x+1}{2} \right)^2} < 1$ ومنه: $0 < \left| \frac{x+1}{2} \right| < 1$ أي: $0 < B < 1$

ب - إستنتاج مقارنة بين B^{-10} , B^{27} , B^{-12} و B^{16} :

بما أن $0 < B < 1$ من ذلك نجد: $B^{27} < B^{16} < 1$ (1)

ومن جهة لدينا $0 < B < 1$ ومنه $\frac{1}{B} < 1$ أي: $1 < B^{-1}$ ومن ذلك نجد: $1 < (B^{-1})^{10} < (B^{-1})^{12}$ أي: $1 < B^{-10} < B^{-12}$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن: $B^{27} < B^{16} < B^{-10} < B^{-12}$

حل التمرين الرابع:

المجموعات	المجموعة I	المجموعة J	$I \cap J$	$I \cup J$
الحالة 01:	$]-2; 4]$	$[1; +\infty[$	$[1; 4]$	$]-2; +\infty[$
الحالة 02:	$]-5; 5]$	$[-3; 5[$	$[-3; 5[$	$]-5; 5]$
الحالة 03:	$]-\infty; -2[$	$]-5; -3[\cup [3; +\infty[$	$]-5; -3[$	$]-\infty; -2[\cup [3; +\infty[$
الحالة 04:	$]-\infty; -3[\cup [2; 7[$	$[-4; 4]$	$[-4; -3[\cup [2; 4]$	$]-\infty; 7[$

حل التمرين الخامس:

1) تعليم النقط A و B : (d)



2) - حل المعادلتين $|3x+9|=12$ و $|x+3|-|2-x|=0$ بيانياً:

• حل المعادلة $|3x+9|=12$:

لدينا: $|3x+9|=12$ تكافئ: $|x+3|=4$

أي: $d(x; -3) = 4$ ومنه: $MA = 4$

ومنه مواضع M هي: $M(1)$; $M(-7)$ ، إذن حلول المعادلة هي: $S = \{-7; 1\}$

• حل المعادلة $|x+3|-|2-x|=0$:

لدينا: $|x+3|=|x-2|$ تكافئ: $|x+3|=|x-2|$

تكافئ: $d(x; -3) = d(x; 2)$ ومنه: $MA = MB$

ومنه موضع M هو منتصف القطعة $[AB]$ أي: $M(-\frac{1}{2})$ ، إذن حلول المعادلة هي: $S = \{-\frac{1}{2}\}$

ب - حل المتراجحة $|x+3| \leq |2-x|$:

لدينا: $|x+3| \leq |x-2|$

تكافئ: $d(x; -3) \leq d(x; 2)$ أي: $MA \leq MB$

ومنه مواضع M هي مجموعة نقط نصف المستقيم $[AB]$ ، إذن حلول المتراجحة هي: $]-\infty; 2]$

3) - التحقق أن $F(x) = |x+3| + |2-x|$:

$$F(x) = MA + MB = d(x; -3) + d(x; 2) = |x+3| + |x-2| = |x+3| + |2-x|$$

ب - حل بيانياً المعادلة $F(x) = 5$:

مواضع M هي مجموعة القطعة المستقيمة $[AB]$

إذن حلول المعادلة هي: $S = [-3; 2]$

حل التمرين السادس:

الصفة:	الحصر:	المجالات:	المسافة:	القيمة المطلقة:
الحالة 01:	$-3 < x < -2$	$x \in]-3; -2[$	$d(x; -\frac{5}{2}) < \frac{1}{2}$	$ x + \frac{5}{2} < \frac{1}{2}$
الحالة 02:	$-7 \leq x \leq 1$	$x \in [-7; 1]$	$d(x; -3) \leq 4$	$ x+3 \leq 4$
الحالة 03:	$x < 1$ أو $2 < x$	$x \in]-\infty; 1[\cup]2; +\infty[$	$d(x; \frac{3}{2}) > \frac{1}{2}$	$ x - \frac{3}{2} > \frac{1}{2}$
الحالة 04:	$-4 < x < 1$	$x \in]-4; 1[$	$d(x; -\frac{3}{2}) < \frac{5}{2}$	$ x + \frac{3}{2} < \frac{5}{2}$