



BAC 2024 SE- M-R-34032



مديرية التربية لولاية برج بوعرييج

ثانوية كيال عراس - تيكستار

دورة : ماي 2024

الشعبة: علوم تجريبية



المدة: 03 ساعات

امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

عَيِّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

(1) يتكون فريق عمل من 4 إناث و 3 ذكور، يراد تشكيل لجنة مكونة من رئيس ونائب لل، احتمال أن تكون اللجنة من الجنسين هو:

$$\text{(أ) } \frac{1}{7}, \quad \text{(ب) } \frac{3}{7}, \quad \text{(ج) } \frac{4}{7}$$

(2) طبيعة المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\int_n^{n+1} e^{3-x} dx$ هي:

(أ) هندسية ، (ب) حسابية ، (ج) لا حسابية و لا هندسية

(3) نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{a}{b + e^{-x}}$ حيث a و b عدنان حقيقيان.علما أن : $f(0) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ ، قيمتي العددين الحقيقيين a و b هما :

$$\text{(أ) } a = 6 \text{ و } b = 2, \quad \text{(ب) } a = 2 \text{ و } b = 3, \quad \text{(ج) } a = 4 \text{ و } b = 1$$

(4) في المستوي المركب A ، B و C نقط لواحقها على الترتيب : $z_A = 1 + 2i$ ، $z_B = 1 - 2i$ ، $z_C = i$ لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي متوازي أضلاع هي :

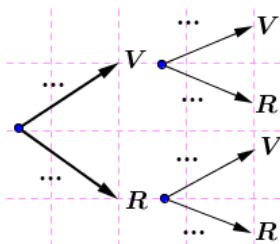
$$\text{(أ) } z_D = -3i, \quad \text{(ب) } z_D = 1 - \sqrt{3}i, \quad \text{(ج) } z_D = 1 + i$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 5 كرات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس: منها 2 كرية خضراء و 3 كريات حمراء

(1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق نرمز بـ X إلى المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكريات الخضراء المتبقية.(أ) تحقق أن $P(X = 2) = \frac{3}{10}$ ، ثم عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أملا الرياضياتي $E(X)$ (ب) احسب احتمال الحدث A : " الكرتان المسحوبتان من نفس اللون "

(2) نسحب الآن من الصندوق كرتين على التوالي بالطريقة التالية: إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء نعيدها إلى الصندوق أمّا إذا

كانت الكرية المسحوبة خضراء لا نعيدها، نرمز للكرية الخضراء بالرمز V ، وإلى الكرية الحمراء بالرمز R 

(أ) أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها.

(ب) احسب احتمال الحدثين B : " الكرية المسحوبة الأولى خضراء " C : " احدى الكرتين المسحوبتين فقط خضراء "(ج) بيّن أن احتمال أن يبقى في الصندوق 2 كرية خضراء هو $\frac{9}{25}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية (u_n) معرفة بحدها الأول : $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 5 - \frac{4}{u_n}$.

(1) أ) برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n : $2 \leq u_n \leq 4$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة و احسب نهايتها .

(2) نعرف من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ المتتالية (v_n) كما يلي : $v_n = \frac{4 - u_n}{1 - u_n}$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$ ، يطلب حساب حدها الأول v_0 .

ب) عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) احسب نهاية المتتالية (u_n) من جديد .

د) احسب بدلالة n المجموعين : $T_n = v_0 + \frac{v_1}{4} + \frac{v_2}{4^2} + \dots + \frac{v_n}{4^n}$ و $K_n = \frac{3}{1 - u_0} + \frac{3}{1 - u_1} + \frac{3}{1 - u_2} + \dots + \frac{3}{1 - u_n}$.

(3) أ) أثبت أن من أجل كل عدد طبيعي n : $4 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(4 - u_n)$.

ب) استنتج أن من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq 4 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ، ثم احسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ مرة أخرى .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

(1) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (x+2)e^{x-2} - 2$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق من أن $1,45 < \alpha < 1,46$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم العدد الحقيقي x .

(II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x^2 - x^2 e^{x-2}$.

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) أ) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -x.g(x)$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) بين أن $f(\alpha) = \frac{\alpha^3}{\alpha + 2}$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$ حيث α هو العدد الحقيقي المعروف في الجزء ا) .

(3) ليكن (Γ) المنحنى الممثل للدالة $x \mapsto x^2$ على $\mathbb{R}$:

أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x^2] = 0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ) .

(4) اكتب معادلة لـ (T) المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

(5) أنشئ (T) ، (Γ) و (C_f) في المجال $]-\infty; 2]$.

(6) لتكن H الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{x-2}$. حيث a, b, c أعداد حقيقية .

أ) عين الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث تكون H دالة أصلية للدالة : $x \mapsto x^2 e^{x-2}$ المعرفة على $\mathbb{R}$.

ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و (Γ) و المستقيمين اللذين معادلتها $x = 0$ ، $x = 2$.

التمرين الأول : (04 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 6\sqrt{2}z + 36 = 0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى M المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

لتكن النقط A, B, C, D التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 3\sqrt{2}(1+i)$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 6\sqrt{2}$ ، $z_D = \frac{z_C}{2}$

(أ) اكتب z_A, z_B و $(1+i)z_A$ على الشكل الأسّي

(ب) اكتب النسبة $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الأسّي ، ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

(ج) بين أن النقط O, A, B, C تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها D . يطلب تعيين نصف قطرها .

(د) أحسب $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ ما هي طبيعة الرباعي $OACB$ ؟

(3) بين أن العدد $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}} \right)^{2024}$ هو عدد حقيقي .

(4) عين وأنشئ (E) مجموعة النقط $M(x; y)$ من المستوي ذات اللاحقة z حيث $|z_A - \sqrt{2} - \sqrt{2}i| = |2iz - 6\sqrt{2}i|$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

صندوق U يحتوي على 8 كريات سوداء ثلاثة منها تحمل الرقم -1 ، ثلاثة منها تحمل الرقم 0 واثنان منها تحمل الرقم 1 و كريتين حمراوين تحملان الرقمين 1 و 2 ، لا نميز بين الكرات عند اللمس.

(1) نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين في آن واحد

(أ) أحسب احتمال الأحداث التالية:

A : " سحب كرتين من نفس اللون " ، B : " سحب كرة سوداء على الأكثر " و C : " سحب كرة سوداء على الأقل " .

(ب) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب جداء الرقمين المسجلين على الكرتين

عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله و أحسب أملا الرياضياتي $E(X)$.

(2) نسحب عشوائيا من الصندوق n كرة في آن واحد حيث $1 \leq n \leq 9$

- ونعتبر الحدث D: " سحب كرة واحدة حمراء

أحسب $P(D)$ بدلالة n ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n اذا علمت أن: $P(D) = \frac{7}{15}$.

(3) نضيف الآن m كرة حمراء إلى الصندوق ثم نسحب كرتين على التوالي دون إرجاع

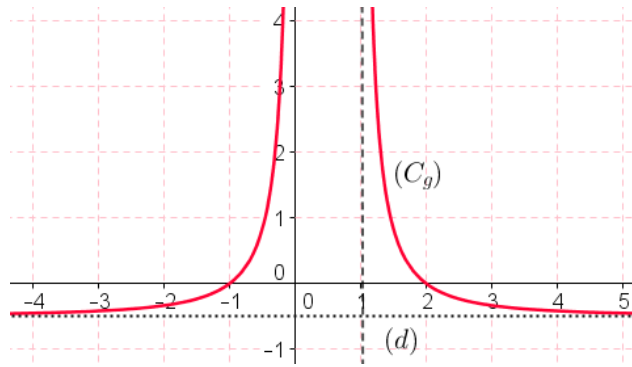
- ونعتبر الحدث F : " سحب كرتين مختلفتين في اللون " .

(أ) أحسب $P(F)$ بدلالة m .

(ب) استنتج $\lim_{m \rightarrow +\infty} P(F)$ تم أعط تفسيراً للنتيجة المتحصل عليها .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

- المتتالية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بحددها الأول : $u_0 = 1$ و من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = -2 + \sqrt{5 + (u_n + 2)^2}$.
- (1) برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$.
 - (2) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة .
 - (3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = (2 + u_n)^2$.
 (أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حددها الأول .
 (ب) بين أن العدد 1954 هو حد من حدود المتتالية (v_n) .
 (ج) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n ، ثم احسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
 - (4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = e^9 \times e^{14} \times e^{19} \times \dots \times e^{5n+9}$.
 عين قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $\ln P_n = 1998$.



التمرين الرابع : (07 نقاط)

- (I) الشكل المقابل يمثل (C_g) منحنى الدالة g المعرفة على $]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$: $g(x) = \frac{ax^2 + x + 2}{2x(x+b)}$ حيث a و b عدنان حقيقيان ، (d) المستقيم ذا المعادلة : $y = -\frac{1}{2}$.
- (1) بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية :
 (أ) عين نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها .
 (ب) عين كلا من : $g(-1)$ و $g(2)$.
 (ج) استنتج إشارة $g(x)$ على D_g .
 (2) مستعينا بما سبق ، بين أن : $a = b = -1$.
 (3) تحقق أن من أجل كل $x \in D_g$: $g(x) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$.
 (4) احسب العدد الحقيقي I حيث : $I = \int_3^2 g(x) dx$ و فسره هندسيا .
- (II) الدالة العددية f معرفة على $]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$: $f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) (أ) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .
 (ب) بين أن المنحني (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة ، أحدها المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = -\frac{1}{2}x$.
 (ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
 (3) بين أن من أجل كل $x \in D_f$ فإن : $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .
 (4) أنشئ (Δ) و (C_f) .
 - (5) ناقش بياننا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = -\frac{x}{2} + m$.
 - (6) الدالة العددية المعرفة على $]1; +\infty[$: $F(x) = x \ln\left(\frac{x-1}{x}\right) - \ln(x-1) - \frac{x^2}{4}$.
 (أ) تحقق أن الدالة F دالة أصلية للدالة f على $]1; +\infty[$.

- (ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهم $x = 2$ ، $x = \frac{3}{2}$.