

التاريخ: 2024/03/07

المدة: ساعتان

المادة: الرياضيات

المستوى: 2 علوم تجريبية

اختبار الفصل الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل تصريح أدناه :

1. A و B نقطتان متميزتان من المستوى , مجموعة النقط M التي تحقق:

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$$

هي محور القطعة $[AB]$.

2. القيس الرئيسي للزاوية الموجبة $\frac{2023\pi}{2}$ هو $\frac{3\pi}{2}$.

3. إذا كان $(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{3\pi}{2}$ فإن $(-2\vec{u}; 6\vec{v}) = \frac{3\pi}{2}$.

4. من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$(1 - 2\sin^2 x)^2 - (1 - 2\cos^2 x)^2 = 0$$

5. عدد حلول المعادلة $\sin(2x) = \cos(x + \pi)$ في المجال $[-5\pi; 5\pi]$ هو 10.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

يوجد في كيس 6 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها ثلاثة بيضاء تحمل الأرقام 0, 1 و -1 و كرتين حمراوين تحملان الرقمين 1 و -1 و كرية سوداء تحمل الرقم 0, نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من الكيس.

1. عين بواسطة جدول عناصر مجموعة الإمكانيات الكلية Ω .

2. احسب احتمال الحوادث التالية:

A : "سحب كرتين بيضاوان"

B : "سحب كرية حمراء على الأكثر"

C : "سحب كرتين مجموع رقميهما 0"

3. احسب $P(A \cap C)$, $P(\bar{C})$, $P(\bar{A})$ ثم استنتج $P(A \cup B)$ و $P(A \cap \bar{C})$.

4. يدفع لاعب DA مقابل اللعبة التالية : إذ سحب كرتين جداء رقميهما موجب تماما يربح $60DA$ و إذ سحب كرتين جداء رقميهما سالب تماما يخسر $30DA$ و إذ سحب كرتين جداء رقميهما معدوم يخسر ما دفعه ,

نعرف X المتغير العشوائي الذي يرفق بمقدار الربح أو الخسارة .

• برر أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي $X = \{60 - \alpha, -30 - \alpha, -\alpha\}$ ثم عين قانون احتماله.

• احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

• عين قيم α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $g(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-1}$. حيث a, b, c أعداد حقيقية.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$ لدينا: $f'(x) = \frac{ax^2-2ax-b-c}{(x-1)^2}$.

2. عين الأعداد a, b, c حيث منحنى الدالة g يقبل مماسا موازي لمحور الفواصل عند النقطة $A(3; 4)$ و يقطع محور الترتيب عند -5 .

II. f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2-2x+5}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. احسب نهايات دالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

2. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$ لدينا: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x-1}$.

3. بين أن مستقيم (Δ) ذو معادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) , عين معادلة للمستقيم المقارب الآخر (Δ') .

4. ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و المستقيم (Δ) .

5. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$ لدينا: $f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$, ثم شكل جدول تغيراتها.

6. برهن على وجود مماسين (T) و (T') معامل توجيه كل منهما يساوي -3 .

7. بين أن النقطة $B(1; 0)$ مركز تناظر لـ (C_f) .

8. أرسم المماسين (T) و (T') , المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

9. m وسيط حقيقي, ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $x^2 - (2+m)x + m + 5 = 0$.

سؤال إضافي : (01 نقاط)

❖ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x لدينا: $\sin(x) \leq x$.

تدريج اختبار فصل الثاني

المستوى: سنة ثانية علوم
تجريبية
عليكم بشس

الاجابة سهر ك.

التمرين 1:

$$\begin{cases} -5\pi \leq -\frac{\pi}{2} + 2K\pi \leq 5\pi \\ -5 \leq -\frac{1}{2} + 2K \leq 5 \\ -\frac{9}{2} \leq 2K \leq \frac{11}{2} \\ -\frac{9}{4} \leq K \leq \frac{11}{4} \end{cases} \Rightarrow -2.25 \leq K \leq 2.75$$

ومن $K \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
حل ثاني:

$$\begin{cases} -5\pi \leq -\frac{\pi}{6} + \frac{2K\pi}{3} \leq 5\pi \\ -5 \leq -\frac{1}{6} + \frac{2K}{3} \leq 5 \\ -\frac{29}{6} \leq K \leq \frac{31}{6} \\ -7.16 \leq K \leq 7.16 \end{cases}$$

ومن $K \in \{-7, -6, \dots, 0, 1, 2, \dots, 7\}$
ومن عدد الطول هو 20.

خطأ 1: I منتصف قطعة $[AB]$
 $\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = \|\vec{MA} - \vec{MB}\|$
 $2MI = BA \Rightarrow MI = \frac{BA}{2}$
ومن دمجونه النقطه هي دائره مركزها I
ونصف قطرها $\frac{BA}{2}$
خطأ 2:

خطأ 3: $\frac{20.23\pi}{2} = 10.12\pi - \frac{\pi}{2}$
ومن قياس الرئيس هو $-\frac{\pi}{2}$

خطأ 4: $(-2\vec{u}, 6\vec{v}) = \pi + (\vec{u}, \vec{v}) = \pi + \frac{3\pi}{2} = 2\pi + \frac{\pi}{2}$
مصحح. لان:

رتبة عدد	B_0	B_{-1}	B_1	R_1	R_{-1}	N_0
B_0	X	X	X	X	X	X
B_{-1}	$B_0 B_{-1}$	X	X	X	X	X
B_1	$B_0 B_1$	$B_{-1} B_1$	X	X	X	X
R_1	$B_0 R_1$	$B_{-1} R_1$	$B_1 R_1$	X	X	X
R_{-1}	$B_0 R_{-1}$	$B_{-1} R_{-1}$	$B_1 R_{-1}$	$R_1 R_{-1}$	X	X
N_0	$B_0 N_0$	$B_{-1} N_0$	$B_1 N_0$	$R_1 N_0$	$R_{-1} N_0$	X

التمرين 2:

$$\begin{aligned} & -1(1 - 2\sin^2(x)) - (1 - 2\cos^2(x))^2 \\ &= [-2\sin^2(x) + 2\cos^2(x)] [2 - 2\sin^2(x) - 2\cos^2(x)] \\ &= [-2\sin^2(x) + 2\cos^2(x)] [2 - 2(\sin^2(x) + \cos^2(x))] \\ &= [-2\sin^2(x) + 2\cos^2(x)] [2 - 2] = 0 \end{aligned}$$

خطأ 5:

$\sin(2x) = \cos(x + \pi)$
 $-\sin(2x) = \cos(x)$
 $\cos(\frac{\pi}{2} + 2x) = \cos(x)$
ومن

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} + 2x = x + 2K\pi \\ \frac{\pi}{2} + 2x = -x + 2K\pi \end{cases} \quad K \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2K\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2K\pi \end{cases}$$

$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{2K\pi}{2} \quad K \in \mathbb{Z}$

المستقر مغارب الأشم $x = 1$ مستقر مغارب الأشم

x	-2	-1	1	2
$f(x)$	-	-	+	+
$f'(x)$	-	0	+	+
$f''(x)$	-	-	+	+

$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$ -5

x	-2	-1	1	2	3	4
$f'(x)$	-	+	0	-	+	+
$f''(x)$	-	-	+	-	+	+

$f'(x) = -3$ -6
 $x^2 - 2x - 3 = -3(x-1)^2$ ومنه

$x_2 = 2, x_1 = 0$
 (T): $y = -3x - 5$; (T'): $y = -3x + 11$

$2-x \neq 1$ ومنه $x \neq 1$ -7

$f(2-x) + f(x) = 0$
 B(1,0) مركز تناظر

$x^2 - (2+m)x + m + 5 = 0$ مناقشة
 $\frac{x^2 - 2x + 1}{x-1} = m$ $f(x) = m$

مناقشة أوفقية
 $-4 < m < 4$ لا يوجد حلول
 $m \in \{-4, 4\}$ يوجد حل وحيد
 $|m| > 4$ يوجد حلين مختلفين

سؤال 1: هنا في

$D_g = \mathbb{R}^+$ نضع $g(x) = x - f_n(x)$

$g'(x) \geq 0$ ومنه $g'(x) = 1 - \cos(x)$
 دالة g متزايدة: تساوي 0 ول
 وبالتالي مهما يكون $x \in \mathbb{R}^+$

$g(x) \geq g(0)$

$x - f_n(x) \geq 0$

$x \geq 0 \wedge x \geq f_n(x)$

وهو المطلوب

$P(A) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ -3
 $P(B) = \frac{14}{15}$
 $P(C) = \frac{5}{15}$

$P(A \cap C) = \frac{1}{15}$ $P(C) = \frac{10}{15}$ $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{12}{15}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{14}{15}$

$P(A \cap \bar{C}) = P(A) - P(A \cap C) = \frac{2}{15}$

$X = \{60-d, -30-d, -d\}$ -4

x_i	$60-d$	$-30-d$	$-d$
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{15}$

$E(X) = \sum x_i P(X=x_i) = -d$

$E(X) > 0$ تكون لقيمة في مجال اللعب
 ومنه $-d > 0 \Rightarrow d < 0$ مستحيل إذن
 لعبة خاسرة درسا أو عالة $d=0$

استر بن 3

$g(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x-1}$

$\begin{cases} g(3) = 4 \\ g'(3) = 0 \\ g(0) = -5 \end{cases}$ $g'(x) = \frac{ax^2 - 2ax - b - c}{(x-1)^2}$

$\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 5 \end{cases}$ ومنه

$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x-1}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x + 5) = 4$ $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0$

$x-1 + \frac{4}{x-1} = \frac{(x-1)^2 + 4}{x-1} = \frac{x^2 - 2x + 5}{x-1} = f(x)$ لدينا

