

الجزء الأول: (12 نقطة)

التمرين الأول: (3 نقاط)

لتكن العبارتين L و N حيث: $L = \sqrt{343} - 3\sqrt{28} + \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{6}}$; $N = \frac{7-\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$

(1) أكتب العدد L من الشكل $a\sqrt{7} + b$ حيث a و b عددان صحيحان.

(2) بين أن: $N = \sqrt{7} - 1$.

(3) BEM مثلث قائم في E حيث: $BM = x$; $EM = \sqrt{7} - 1$; $EB = \sqrt{7} + 1$.

✓ بين أن x عدد ناطق.

التمرين الثاني: (3 نقاط)

اليك الشكل المقابل :

(1) أوجد مساحة الجزء المضلل بدلالة x .

(2) لتكن العبارة S حيث:

$$S = (3x + 1)(x + 1) - (x + 1)$$

✓ حلل العبارة S .

(3) حل المعادلة $3x(x + 1) = 0$.

التمرين الثالث: (3 نقاط)

الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاد حقيقية

نعطي $AB = 10\text{cm}$; $BC = 6\text{cm}$

(1) بين أن $\widehat{BCA} = 90^\circ$

(2) أحسب الطول OD

(3) أحسب بالتدوير للدرجة قيس الزاوية $\widehat{BAC}$

ثم استنتج قيس $\widehat{BFC}$.

التمرين الرابع: (3 نقاط)

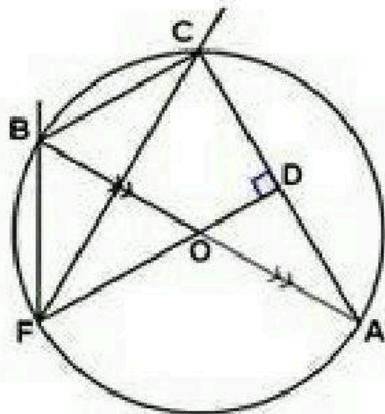
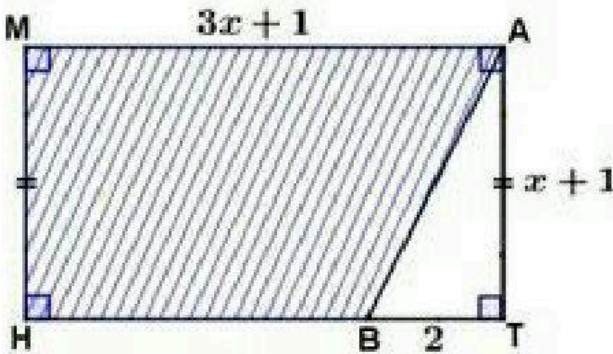
المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ ووحدة الطول هي السنتيمتر.

(1) علم النقطتين : $A(3; 3)$, $B(-3; -3)$ ، ثم أثبت أن O منتصف $[AB]$.

(2) أنشئ النقطة U صورة A بالدوران الذي مركزه O وزاويته 90° في الاتجاه المباشر.

(3) أنشئ النقطة V بحيث: $\overrightarrow{UA} + \overrightarrow{UB} = \overrightarrow{UV}$

(4) بين طبيعة الرباعي $UAVB$.

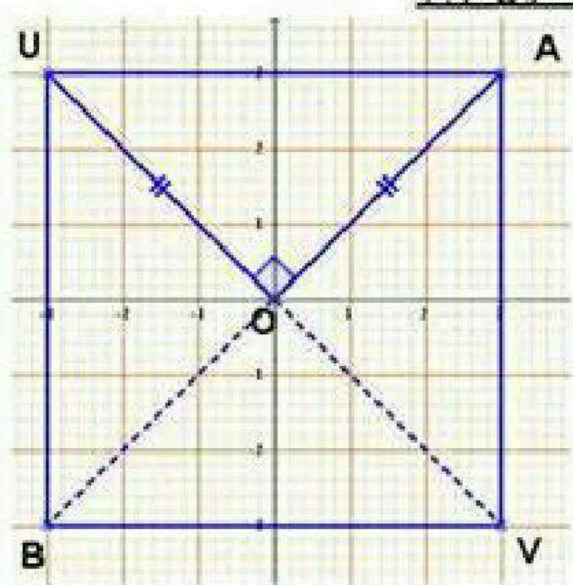


الجزء الثاني: (8 نقاط)

الوضعية :

- I. من أجل تزويد مضخات المياه بالبززين، أراد أحد المزارعين ملء برميلين بالبززين وذلك باستعمال دلو سعته أكبر ما يمكن على أن يفرغ هذا الدلو كلياً في كل مرة، اذا علمت أن سعة البرميل الأول هي $280dL$ وسعة البرميل الثاني هي $200dL$ ، في رأيك:
- ✓ ما هي سعة الدلو المستعمل لملء البرميلين؟
- ✓ كم من مرة سيستعمل هذا الدلو لملء البرميل الأول؟ ثم لملء البرميل الثاني؟
- II. لهذا المزارع خزانين متماثلين سعة كل واحد منهما $500m^3$ أراد ملأهما بالماء.
- لملء الخزان الأول استعمل مضخة تضخ $30m^3/h$
- ولملء الخزان الثاني استعمل مضخة تضخ $20m^3/h$ ، علماً أنه كان مملوء بالماء بمقدار 10% من سعته.
- ليكن $f(x)$ حجم الماء في الخزان الأول و $h(x)$ حجم الماء في الخزان الثاني بعد مرور x ساعة.
- ✓ ساعد هذا المزارع في معرفة لحظة تساوي محتوى الخزانين بيانياً وحسابياً.
- يؤخذ 1cm على محور الفواصل يمثل 5 ساعات و 1cm على محور الترتيب يمثل $50m^3$.

العلامة		عناصر الإجابة		العلامة		عناصر الإجابة	
١٥	٩			١٥	٩		
3		2) تحليل العبارة S الى جداء عاملين. $S = (3x + 1)(x + 1) - (x + 1)$ ومنه:				<u>التمرين الأول:</u> 1) كتابة L على الشكل $b\sqrt{7} + a$. $A = \sqrt{343} - 3\sqrt{28} + \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ $A = \sqrt{49 \times 7} - 3\sqrt{4 \times 7} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$ $A = 7\sqrt{7} - 3 \times 2\sqrt{7} + 1$ $A = 7\sqrt{7} - 6\sqrt{7} + 1$ $A = (7 - 6)\sqrt{7} + 1$ $A = \sqrt{7} + 1$	
1		$S = (x + 1)[(3x + 1) - 1]$ $S = (x + 1)(3x + 1 - 1)$ $S = (x + 1)3x$		1		2) اثبات أن $N = \sqrt{7} - 1$. لدينا: $N = \frac{7 - \sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{(7 - \sqrt{7})\sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}$ ومنه: $N = \frac{7\sqrt{7} - \sqrt{7} \times \sqrt{7}}{7}$ $N = \frac{7\sqrt{7} - 7}{7}$ $N = \sqrt{7} - 1$ وبالتالي:	
		3) حل المعادلة: $3x(x + 1) = 0$ معناه: $3x = 0$ أو $x + 1 = 0$ $x = 0$ أو $x = -1$ ومنه للمعادلة حلان مختلفان هما: -1 و 0		3		3) اثبات أن x عدد ناطق. بما أن المثلث BEM قائم في E حسب خاصية فيثاغورس فإن: $BM^2 = EM^2 + EB^2$ أي: $x^2 = (\sqrt{7} - 1)^2 + (\sqrt{7} + 1)^2$ $x^2 = (7 - 2\sqrt{7} + 1) + (7 + 2\sqrt{7} + 1)$ $x^2 = 16$ $x = \sqrt{16}$ $x = 4$ ومنه	
1		<u>التمرين الثالث:</u> 1) اثبات أن $\widehat{BCA} = 90^\circ$ بما أن: [AB] قطر للدائرة المحيطة بالمثلث ABC فإن المثلث ABC قائم في C حسب الخاصية العكسية للدائرة المحيطة بالمثلث القائم. ومنه نستنتج أن $\widehat{BC} = 90^\circ$ 2) حساب الطول OD لدينا النقط A, D, C و النقط A, O, B على استقامية و بنفس الترتيب. ولدينا: $(AC) \perp (BC)$ و $(AC) \perp (OD)$ حسب خاصية التوازي والتعامد $(B) // (OD)$ حسب خاصية طالس فإن:		1		1) إيجاد مساحة الجزء المضلل بدلالة x: $S_{ABHM} = (3x + 1)(x + 1) - \frac{2(x + 1)}{2}$ ومنه: $S_{ABHM} = (3x + 1)(x + 1) - (x + 1)$ $S_{ABHM} = 3x^2 + 3x$	
0.75		3) حساب قيس الزاوية $\widehat{BA}$ بالتدوير للدرجة بما أن المثلث ABC قائم في C. فإن: $\sin \widehat{CAB} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية}}{\text{طول الوتر}} = \frac{BC}{AB}$ $\sin \widehat{CAB} = \frac{6}{10} = 0.6$ $\widehat{CAB} = \sin^{-1} 0.6 \approx 37^\circ$					
		$\frac{AD}{AC} = \frac{AO}{AB} = \frac{OD}{BC}$ $\frac{5}{10} = \frac{OD}{6}$ $OD = \frac{5 \times 6}{10}$ $OD = 3\text{cm}$ 3) حساب قيس الزاوية $\widehat{BA}$ بالتدوير للدرجة بما أن المثلث ABC قائم في C. فإن: $\sin \widehat{CAB} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية}}{\text{طول الوتر}} = \frac{BC}{AB}$ $\sin \widehat{CAB} = \frac{6}{10} = 0.6$ $\widehat{CAB} = \sin^{-1} 0.6 \approx 37^\circ$					

العلامة		عناصر الاجابة	العلامة	عناصر الاجابة
س	م			
		نستنتج أن الرباعي UAVB مربع		ايجاد قياس الزاوية $\widehat{BFC}$ بما أن: $\widehat{BAC}$ و $\widehat{BFC}$ زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس $\widehat{BC}$ فإن $\widehat{BAC} = \widehat{BFC} = 37^\circ$ <u>التصمين الرابع:</u>  (1) اثبات أن O منتصف $[AB]$ لدينا $\overrightarrow{OA} \begin{pmatrix} x_A - x_O \\ y_A - y_O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - 0 \\ 3 - 0 \end{pmatrix} = \overrightarrow{OA} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{OB} \begin{pmatrix} x_O - x_B \\ y_O - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - (-3) \\ 0 - (-3) \end{pmatrix} = \overrightarrow{OB} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ بما أن: $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OA}$ فإن O منتصف $[A]$ (2) طبيعة الرباعي UAVB لدينا $\overrightarrow{UA} + \overrightarrow{VB} = \overrightarrow{UV}$ ومنه الرباعي UAVB متوازي أضلاع أي $OU = OV$ و $OA = OB$ ولدينا U صورة A بالدوران الذي مركزه O وزاويته 90° معناه $\widehat{AOU} = 90^\circ$ و $OA = OU$ ومنه $OA = OU = OB = OV$

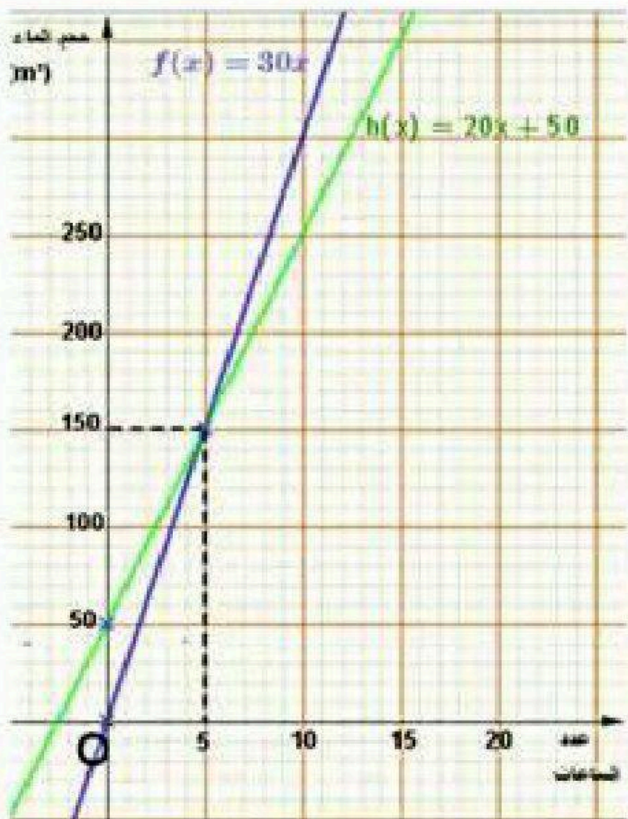


الحل النموذجي للوضعية الإدماجية

$$h(0) = 20 \times 0 + 50 = 50$$

$$h(5) = 20 \times 5 + 50 = 150$$

x	0	5
$h(x)$	50	150
نقط	(0; 50)	(5; 150)



إذا كان $x = 5$ فإن التمثيل البياني للدالة $f(x)$ يقطع التمثيل البياني للدالة $h(x)$ ومنه يتساوى محتوى الخزائين بعد مرور 5 ساعات

I. حساب سعة الدلو المستعمل لملء البرميلين.

إيجاد $PGCD(280; 200)$

$$280 = 200 \times 1 + 80$$

$$200 = 80 \times 2 + 40$$

$$80 = 40 \times 2 + 00$$

$$PGCD(280; 200) = 40$$
 ومنه

إذن سعة الدلو المستعمل لملء البرميلين هي 40dl

حساب عدد مرات استعمال هذا الدلو لملء كل من البرميلين

$$\frac{280}{40} = 7 \quad ; \quad \frac{200}{40} = 5$$

يستعمل هذا الدلو 7 مرات لملء البرميل الأول و 5 مرات لملء البرميل الثاني.

II.

التعبير عن $f(x)$ و $h(x)$ بدلالة x .

$$f(x) = 30x$$

$$h(x) = 20x + 500 \times \frac{10}{100}$$

$$h(x) = 20x + 50$$

إيجاد لحظة تساوي محتوى الخزائين حسابيا

$$f(x) = h(x) \quad \text{حل المعادلة}$$

$$30x = 20x + 50$$

$$30x - 20x = 50$$

$$10x = 50$$

$$\frac{10x}{10} = \frac{50}{10}$$

$$x = 5$$

يتساوى محتوى الخزائين بعد مرور 5 ساعات

إيجاد لحظة تساوي محتوى الخزائين بيانيا

إنشاء التمثيل البياني لكل من الدالة $f(x)$ و الدالة $h(x)$

x	0	5
$f(x)$	0	150
نقط	(0; 0)	(5; 150)

$$f(0) = 30 \times 0 = 0$$

$$f(5) = 30 \times 5 = 150$$

ملاحظة: تقبل كل إجابة أخرى صحيحة.