



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الوادي

امتحان تجريبي لباكوريا التعليم الثانوي

الشعبة: 3 ع تج / تر / ر

دورة: جوان 2020

الأستاذ: محمد حاقّة

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين  
الموضوع الأول

التمرين الأول: ( 04 نقاط )

لتكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $u_0 = -1$  ؛  $u_1 = \frac{1}{2}$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$

ولتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$

(1) أثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها، وحدّها الأول  $v_0$

(2) اكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$

(3) احسب ، بدلالة  $n$  ، المجموع :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $w_n = \frac{u_n}{v_n}$

أ/ احسب  $w_0$  ، ثم بيّن أن  $(w_n)$  متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

ب/ اكتب عبارة الحد العام  $w_n$  بدلالة  $n$  ، ثم عيّن أصغر عدد طبيعي  $n$  الذي يحقق :  $e^{w_n} > 2020$

التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

في محل تجاري نظمت لعبة حظ كالتالي: يرمي الزبون نردا مكعبا، متوازنا له وجه يحمل الحرف  $G$  ووجهان يحملان الحرف  $R$  ، وثلاثة أوجه تحمل الحرف  $D$

إذا ظهر الحرف  $G$  يتحصل الزبون على مبلغ  $100DA$  ، ويتوقف اللعب (  $DA$  تعني دينار جزائري )

إذا ظهر الحرف  $R$  لا يتحصل الزبون على شيء. ويتوقف اللعب

إذا ظهر الحرف  $D$  يطالب الزبون برمي النرد مرة ثانية فإذا ظهر الحرف  $G$  يتحصل على مبلغ  $50DA$  ويتوقف

اللعب، أما إذا ظهر أحد الحرفين  $R$  أو  $D$  فانه لا يتحصل على شيء ويتوقف اللعب

نعتبر الحوادث التالية:

$G_1$  : " يتحصل الزبون على مبلغ  $100DA$  "  $G_2$  : " يتحصل الزبون على مبلغ  $50DA$  "

(1) أ/ احسب  $P(G_1)$  ، احتمال الحادثة  $G_1$

ب/ بيّن أن:  $P(G_2) = \frac{1}{12}$

ج/ استنتج أن احتمال أن يتحصل الزبون على مبلغ غير معدوم يساوي 0,25

(2) نرمز بـ  $X$  للمتغير العشوائي الذي يمثل المبلغ الذي يتحصل عليه الزبون عند مشاركته في اللعبة  
أ/ عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$

ب/ احسب أمله الرياضي  $E(X)$

**التمرين الثالث: ( 05 نقاط )**

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(o, \vec{u}, \vec{v})$  تعطى النقط  $A, B, C, D$  التي لواحقها  $z_A = -2$

$$z_D = 1 - 3i, \quad z_C = -1 + i, \quad z_B = 2$$

(1) أثبت أن  $D$  هي مرجح الجملة المثقلة  $\{(A, 5); (B, 3); (C, -6)\}$

(2) عين مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  حيث:  $|\bar{z} + 2| = |\bar{z} + 1 + i|$

(3) أكتب العدد المركب  $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B}$  على الشكل الآسي، ثم استنتج طبيعة المثلث  $BCD$

(4) أ/ أكتب العدد المركب  $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_A}$  على الشكل الآسي.

ب/ استنتج أن  $D$  هي صورة  $C$  بتحويل نقطي  $f$  يُطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة

ج/ استنتج  $|z_A - z_{B'}|$  حيث  $B'$  هي صورة  $B$  بالتحويل،  $f$  ثم أحسب عندئذ مساحة المثلث  $ABB'$

(5) لتكن النقطة  $\Omega$  ذات اللاحقة  $z_\Omega = -\frac{1}{2}$  عيّن العبارة المركبة للتحاكي  $h$  الذي مركزه  $\Omega$  ويحول  $D$  إلى  $C$

**التمرين الرابع: ( 07 نقاط )**

$f$  دالة معرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  كما يأتي:  $f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x} + 1}$

$(C_f)$  المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $f$

(2) أ/ بيّن أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما  $(d)$  معادلته:  $y = x$

ب/ ادرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C_f)$  و  $(d)$

(3) أ/ بيّن أن  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $x_0$  حيث:  $1,3 < x_0 < 1,4$

ب/ عيّن معادلة  $(\Delta)$  مماسا للمنحنى  $(C_f)$  في نقطة تقاطعه مع محور الترتيب

ج/ أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  في نفس المعلم

(4)  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بالعلاقة:  $g(x) = |f(x)|$ ،  $(C_g)$  منحنى الدالة  $g$  في المعلم السابق

أ/ بيّن كيف يمكن إنشاء  $(C_g)$  انطلاقا من  $(C_f)$

ب/ ارسمه في نفس المعلم السابق

ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $g(x) = m^2$

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول : (04 نقاط )

( A ) ، ( B ) صندوقان . الصندوق ( A ) يحوي 5 كرات بيضاء و 5 كرات سوداء أما الصندوق ( B ) فيحوي 7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء ، كل الكرات متماثلة. نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق ( A ) و نسجل لونها و نعيدها الى الصندوق ( B ) الذي نسحب منه كرة أخرى و نسجل لونها أيضا .

(1) احسب  $P(E)$  احتمال الحصول على كرتين بيضاوين

(2) احسب  $P(F)$  احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون

(3)  $X$  متغير عشوائي يرفق كل كرة بيضاء بالعلامة  $(\alpha+)$  و كل كرة سوداء بالعلامة  $(\alpha-)$  .

أ/ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي  $X$  ثم أحسب أمله الرياضي  $E(X)$  .

ب/ عين قيمة العدد الحقيقي  $\alpha$  حتى يكون  $E(X) = 1$

4- نضيف الى الصندوق ( B ) ،  $n-3$  كرة سوداء و نعيد عملية السحب المبينة أعلاه .

أ/ ما احتمال الحصول على كرتين بيضاوين ؟

ب/ كم من كرة سوداء ينبغي إضافتها الى الصندوق ( B ) حتى يكون احتمال سحب كرتين بيضاوين هو 0,25

### التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

( $u_n$ ) المتتالية المعرفة بحددها الأول  $u_0 = 4e^3$  ، ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$

(1) أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n > 4$

ب/ أدرس اتجاه تغير المتتالية ( $u_n$ ) ، ماذا تستنتج ؟

(2) نعتبر المتتالية العددية ( $v_n$ ) المعرفة على  $\mathbb{N}$  :  $v_n = \ln u_n - 2 \ln 2$

أ/ أثبت أن ( $v_n$ ) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحددها الأول

ب/ أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم بين أن :  $u_n = 4e^{\frac{3}{2^n}}$  ، ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

ج/ عين العدد الطبيعي  $n$  الذي يحقق :  $v_0 + v_1 + \dots + v_n = 6(1 - e^{-2021 \ln 2})$

(3) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2$

### التمرين الثالث: ( 05 نقاط )

$P(z) = z^3 - (4+2i)z^2 + 8(1+i)z - 16i$  كثير الحدود للمتغير المركب  $z$  حيث ؛

أ/ بين أن المعادلة  $P(z) = 0$  تقبل حلاً تخيلياً صرفاً  $z_0$  يطلب تعيينه

ب/ نضع :  $f(z) = z^2 + \alpha z + \beta$

جد العددين الحقيقيين  $\alpha$  و  $\beta$  بحيث يكون من أجل كل عدد مركب  $z$  :  $P(z) = (z - 2i)f(z)$

ج/ حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  ، المعادلة:  $P(z) = 0$

II- المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(o, \vec{u}, \vec{v})$  النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  لواحقتها على الترتيب

$$z_C = 2 - 2i \text{ و } z_B = 2 + 2i , z_A = 2i$$

(1) أكتب :  $z_A$  ،  $z_B$  و  $z_C$  على الشكل الآسي

$$(2) \text{ بّنى أن : } \left(\frac{z_A}{2}\right)^{2020} + \left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{1954} - \left(\frac{z_C}{2\sqrt{2}}\right)^{1962} = 1$$

(3) أ/ أحسب العدد المركب  $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$  ، ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

ب/ استنتج أن  $C$  هي صورة  $A$  بالتشابه المباشر  $S$  الذي مركزه  $B$  ، يطلب تعيين نسبته وزاويته

(4) أكتب الصيغة المركبة للتشابه المباشر  $S$

(5) عّين المجموعة  $(\Gamma)$  للنقط  $M(z)$  من المستوي التي تحقق:  $|f(z) - 4| = 3$

التمرين الرابع: (07 نقاط )

I) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$

(1) أ/ أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ، ثم شكل جدول تغيراتها

(2) أ/ بّنى أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث  $0,6 < \alpha < 0,7$

ب/ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 1}{3x}$

$(C_f)$  المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  وفسر النتيجة الأخيرة هندسيا

(2) بّنى أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  ، إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $g(x)$

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها

(4) بّنى أن :  $f(\alpha) = \frac{\alpha}{6} + \frac{1}{2\alpha}$  ، ثم استنتج حصراً للعدد  $f(\alpha)$

(5) أنشئ المنحنى  $(C_f)$

(6) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $f(x) = m + 1$

محبكم في الله الأستاذ محمد حاقّة