

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مثل المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(D)$  معادلتيهما على الترتيب :

$$y = x \text{ و } y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$$

I. لتكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N} : u_0 = 6$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n - \frac{1}{2}$

1. مثل على حامل محور الفواصل الحدود :  $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4$  دون حسابها .
2. عين احداثيي نقطة تقاطع المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(D)$  .
3. أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها.

II. نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بالعلاقة :  $v_n = u_n + \frac{2}{3}$

1. بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
2. اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .
3. بين أن  $u_{n+1} - u_n = -5 \left(\frac{1}{4}\right)^n$  ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

التمرين الثاني : (05 نقاط)

من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع :  $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$

- (1) تحقق أن  $4 \equiv -3[7]$  ثم بين أن  $A_3 \equiv 6[7]$  .
- (2) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين  $2^n$  و  $3^n$  على 7 .
- (3) بين أنه إذا كان  $n$  فرديا فإن :  $A_n + 1$  يقبل القسمة على 7 و استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $A_{2025}$  على 7 .
- (4) عين باقي قسمة العدد  $A_{1446}$  على 7 .

التمرين الثالث : ( 08 نقاط )

I) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

- (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x : g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$  .
- (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $g$  .

(ج) بين أن  $g(-\frac{1}{2}) > 0$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  .

II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$

و ليكن  $(\mathcal{O}_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(\mathcal{O}, \vec{i}, \vec{j})$  . (الوحدة 2cm)

- (1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  و احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

- (2) | بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = g(x)$  .  
 ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x]$  ، ثم استنتج أن  $(e_f)$  يقبل مستقيماً مقارباً  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته.  
 ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني  $(e_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  .
- (4) | اكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(e_f)$  عند نقطة التي فاصلتها 0.  
 ب) بين أن المنحني  $(e_f)$  يقبل نقطة إنعطاف A يطلب تعيين إحداثيها.
- (5) احسب  $f(1)$  ثم أنشئ  $(T)$  ،  $(\Delta)$  و  $(e_f)$  .
- (6) | باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن  $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$  .
- ب) لتكن  $S$  مساحة الحيز المحدد بالمنحني  $(e_f)$  والمستقيم  $(T)$  والمستقيمين  $x = \frac{1}{2}$  و  $x = 0$  .  
 بين أن  $S = (6 - 2e) \text{ cm}^2$  .

تكملة من مختبر الاختبار الوحداني "الاستاذ: محمد د. خالد"

التعريف الأول:  $u_n = \frac{1}{4}u_n - \frac{1}{2} - u_n$   
 $= -\frac{3}{4}u_n - \frac{1}{2}$   
 $= -\frac{3}{4}\left(\frac{20}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n - \frac{2}{3}\right) - \frac{1}{2}$   
 $= \left(-5\left(\frac{1}{4}\right)^n + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}$   
 $= -5\left(\frac{1}{4}\right)^n$  #  
 اتجاه تغير  $(u_n)$  :  
 لدينا من أجل كل  $n \in \mathbb{N}$  :  
 $-5\left(\frac{1}{4}\right)^n < 0$   
 $u_{n+1} < u_n$  أي  
 $(u_n)$  متناقصة متصاعدة  
 $u_n = \frac{1}{3}\left(20\left(\frac{1}{4}\right)^n - 2\right)$   
 ومنه :  
 $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\frac{2}{3}$

ثبات أن  $(v_n)$  هندسية  
 $v_{n+1} = u_n + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}u_n - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$   
 $= \frac{1}{4}u_n + \frac{1}{6}$   
 $= \frac{1}{4}\left(u_n + \frac{2}{3}\right)$   
 $v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n$   
 أسماها هو  $q = \frac{1}{4}$  وحدها الأول  
 هو  $v_0 = \frac{20}{3}$   
 كناية  $v_n$  بدلالة  $n$   
 $v_n = \frac{20}{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$   
 $=$  عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$   
 $v_n = u_n + \frac{2}{3} \Rightarrow u_n = v_n - \frac{2}{3}$   
 $\Rightarrow u_n = \frac{20}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^n - \frac{2}{3}$   
 $\Rightarrow u_n = \frac{1}{3}\left(20\left(\frac{1}{4}\right)^n - 2\right)$

ثبات أن  $3 = 1$  ثبات أن  $1$   
 01

التعريف الثاني:  
 4 = الذخفا  
 $4 = -3[1]$   
 لدينا  $(-3 + 7 = 4)$   
 ومنه  $-3 = 4[7]$   
 الباقي هو نفسه  
 $A = 6[1]$   
 لدينا  $A_3 = 440$   
 $440 \div 7 = 62$   
 إذن  
 $A_3 = 6[1]$

01

## التحريث الثالث

$$g(x) = 1 + 4x e^{2x} \quad I$$

لـ  $x$  متغير كل  $x$  من  $\mathbb{R}$

$$\begin{aligned} g'(x) &= 4(e^{2x} + x(2e^{2x})) \\ &= 4(e^{2x} + 2xe^{2x}) \\ &= 4(2x + 1)e^{2x} \quad \# \end{aligned}$$

بإيجاد تغير الدالة  $g$

$$g'(x) = 0 \quad \text{لدينا}$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{معناه}$$

• إشارة  $g'$

| $x$     | $-\infty$ | $-\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |
|---------|-----------|----------------|-----------|
| $g'(x)$ | -         | 0              | +         |

الدالة  $g$  متناقصة تمامًا المجال

$$\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right]$$

ومتزايدة تمامًا المجال  $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right]$

$$g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e} > 0 \quad J$$

• إشارة  $g(x)$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e} > 0 \quad \text{تحتل قيمة صلبة}$$

صفره للدالة  $g$  فإن من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$

$$g(x) > 0$$

$$f(x) = (2x - 1)e^{2x} + x + 1 \quad II$$

h

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

2) - بواقتي  $2^n$

$$1, 4, 2$$

• بواقتي  $3^n$

$$1; 2; 6; 3; 5; 4$$

{3}  $A_{n+1}$  يقبل القسمة على 7

$$A_n + 1 \equiv 0 [7] \quad \text{معناه}$$

إذا كان  $n$  فرديًا فإن:

$$2^n \equiv 2 [7], \quad 6^n \equiv 6 [7]$$

! ذنا

$$2^n + 6^n \equiv 2 + 6 \equiv 1 [7]$$

$$3^n + 5^n \equiv 3 + (-2) \equiv 1 \equiv [7]$$

$$4^n \equiv -3 [7]$$

$$A_n \equiv -1 [7]$$

$$A_n + 1 \equiv 0 [7]$$

! ذنا:

! نستنتج بأن القسمة الإقليدية للعدد

$A_{2025}$  على 7

$A_{2025} + 1$  عدد فردى

$$A_{2025} + 1 \equiv 0 [7]$$

$$A_{2025} \equiv -1 [7]$$

$$A_{2025} \equiv 6 [7]$$

$$(\Delta) : y = x + 1$$

اذن :

الوضع النسبي بين  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  :

$$f(x) - y =$$

$$= (2x - 1)e^{2x} + x + 1 - (x + 1)$$

$$= (2x - 1)e^{2x}$$

| $x$                               | $-\infty$                                               | $\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |
|-----------------------------------|---------------------------------------------------------|---------------|-----------|
| $f(x) - y$                        | -                                                       | 0             | +         |
| وضع نسبي بين $(C_f)$ و $(\Delta)$ | $(C_f)$ تقع فوق $(\Delta)$ / $(\Delta)$ تقع تحت $(C_f)$ |               |           |

4/4 معادلة المماس :

$$(T) : y = f'(0)x + f(0)$$

$$T : y = x$$

نقطة التماس  $(0; 0)$  و نقطة الانعطاف  $(-\frac{1}{2}; 0)$  لدينا من أجل  $x$  من  $\mathbb{R}$

$$f''(x) = g'(x)$$

$$= 4e^{2x} + 4x(2e^{2x})$$

$$= 4e^{2x} + 8xe^{2x}$$

$$= (1 + 2x)4e^{2x}$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

| $x$      | $-\infty$ | $-\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |
|----------|-----------|----------------|-----------|
| $f''(x)$ | -         | 0              | +         |

2/1 من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$

$$f'(x) = 2 \cdot e^{2x} + 2(2x - 1)e^{2x} + 1$$

$$= 2e^{2x} + 4xe^{2x} - 2e^{2x} + 1$$

$$= 1 + 4xe^{2x}$$

$$= g(x)$$

!! نتجاه نقر الدالة  $f$  من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$

$$f'(x) = g(x) > 0$$

اذن الدالة  $f$  متزايدة في  $\mathbb{R}$

جدول التغيرات

| $x$    | $-\infty$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|-----------|
| $f(x)$ | $-\infty$ | $+\infty$ |

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 1 \quad (3)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 1)e^{2x} + 1 = 1$$

معادلة المستقيم المماس  $(\Delta)$

لنكتب  $y = ax + b$  معادلة  $(\Delta)$

$$a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x - 2)e^{2x}}{x} = 0 \quad \text{لان}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 1}{x} = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x) = 1$$

$$= 1 - \frac{e}{2} + \frac{1}{2}$$

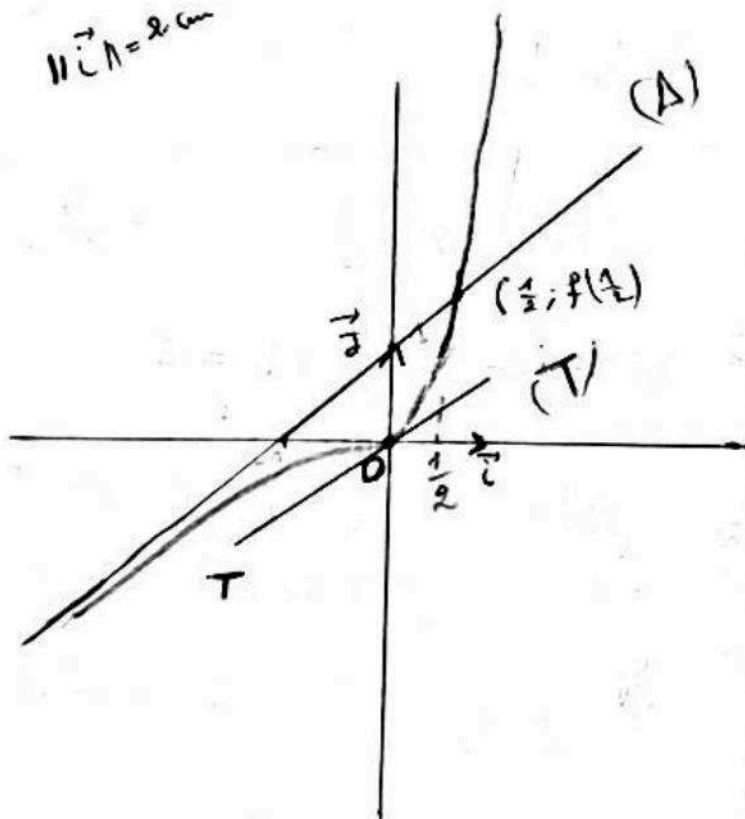
$$= \left( \frac{3}{2} - \frac{e}{2} \right)$$

$$S = \left( \frac{3}{2} - \frac{e}{2} \right) \times 2^2 \text{ cm}^2 \text{ ومنه}$$

$$S = 6 - 2e \text{ cm}^2.$$

← إنشاء (T), (A), (f)

$$\vec{u} = 2\text{cm}$$



ومن المنحفا (C) يقبل نقطة انعطاف  
عند النقطة  $\left( -\frac{1}{2}, f\left(-\frac{1}{2}\right) \right)$   
أي:  $\left( -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - \frac{2}{e} \right)$   
5 إنشاء '  $f(1) = e^2 + 1$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x} dx$$

H-6

نضع

$$u(x) = 2x - 1 ; u'(x) = 2$$

$$v'(x) = e^{2x} ; v(x) = \frac{1}{2} e^{2x}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x} dx = \left[ (2x-1) \times \frac{e^{2x}}{2} \right]_0^{\frac{1}{2}}$$

$$= \int_0^{\frac{1}{2}} 2 \times \frac{1}{2} e^{2x} dx$$

$$= 1 - \frac{e}{2}$$

ب/ حساب S :

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (f(x) - x) dx$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} ((2x-1)e^{2x} + 1) dx$$

$$= \int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x} dx + \int_0^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= 1 - \frac{e}{2} + [x]_0^{\frac{1}{2}}$$