



المدة: 2 ساعة و نصف

إختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (6 نقاط)

1. عين باقي القسمة الإقليدية لكل من 13^3 , 13^2 , 13 و 13^4 على 5 ثم استنتج أن : $13^{4n} \equiv 1[5]$.
2. بين أن : $2023 \equiv 13[5]$ ثم استنتج باقي قسمة العدد 2023^{1444} على 5.
3. أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعددين 2973 و 1962 على 5.
ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $2023^n + 2023^{1444} \equiv 1962 + 2973[5]$.

التمرين الثاني : (6 نقاط)

- (u_n) متتالية حسابية حدها الثاني $u_1 = -1$ بحيث : $3u_n - u_1 = -11$.

1. أحسب u_2 ثم حدد أساسها و اتجاه تغيرها.
2. أثبت أن من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n = 2 - 3n$ ثم حدد رتبة الحد الذي قيمته -2023.
3. أحسب المجموع التالي: $S_n = 2u_0 + 2u_1 + \dots + 2u_{675}$.

التمرين الثالث : (8 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = a + \frac{3}{2x}$ حيث a عدد حقيقي .

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$.

1. عين قيمة a حتى يقطع المنحنى (C_f) محور الفواصل عند الفاصلة $-\frac{3}{4}$ و تحقق أن من أجل $x \neq 0$ فإن : $f(x) = \frac{4x+3}{2x}$.

2. أحسب النهايات التالية ثم فسر النتائج بيانيا : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

3. بين أن من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن : $f'(x) = \frac{-6}{(2x)^2}$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4. بين أن معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $\left(1; \frac{7}{2}\right)$ هي : $y = -\frac{3}{2}x + 5$.

5. أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f) ثم حل بيانيا المتراجحة $f(x) \geq 0$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (6 نقاط)

$a = 2023$ و $b \equiv -9[13]$ عددان طبيعيان حيث :

1. أ) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 13 .
ب) بين أن : $a+b \equiv -1[13]$ و استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+b)^{1444}$ على 13 .
2. أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 5b$ على 13 .
ب) عين قيم العدد الطبيعي n الأصغر من أو تساوي 41 و التي تحقق ما يلي : $a^2 + 5b + n \equiv 6(a+b)^{1444}[13]$.

التمرين الثاني : (6 نقاط)

- (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حدها الأول $u_0 = 4$ و أساسها q و تحقق : $u_2 - 2u_1 = 12$.
1. بين أن : $q^2 - 2q - 3 = 0$ ثم تحقق من أن $q = 3$.
 2. أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم عين قيمة n حتى يكون $u_n = 2916$ لاحظ أن $(3^6 = 729)$.
 3. أحسب بدلالة n المجموع التالي : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثالث : (8 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = -x^3 + 3x - 2$.

(C_f) تمثيلها البيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$.

1. أحسب النهايتين التاليتين : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. أ) بين أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فان : $f'(x) = 3(x+1)(1-x)$.
ب) إستنتج أن الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$ و متزايدة تماما على المجال $[-1; 1]$.
ج) شكل جدول تغيرات الدالة f .
3. بين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .
4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند 0 ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة (T) .
5. بين أن : $f(x) = -(x-1)^2(x+2)$ و استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .
6. أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f) .