

فرض تجريبي 02 للثلاثي الأول في مادة الرياضياتتمرين:

الجزء الأول: g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{x^2} - 2x^2 - 1$

(1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) - g(-x) = 0$ ، ماذا تستنتج؟

❖ يُعطى جدول تغيرات الدالة g على المجال $[0; +\infty[$:

x	0	$\sqrt{\ln 2}$	$+\infty$
$g'(x)$	0	-	0
$g(x)$	0	$g(\sqrt{\ln 2})$	$+\infty$

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلان على $[0; +\infty[$ أحدهما معدوم والآخر α بحيث: $1,1 < \alpha < 1,2$

(3) بالاستنتاج:

• شكل جدول تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$

• بين أن: $g(-\alpha) = 0$ ، ثم شكل جدول إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني: لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \frac{xe^{x^2}}{e^{x^2} - 1} + 1$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين أن النقطة $\Omega(0;1)$ هي مركز تناظر لـ (C_f)

(2) أ- أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانياً

(3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند كل من $+\infty$ و $-\infty$

ب- أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

(4) أ- بين أن من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{e^{x^2} g(x)}{(e^{x^2} - 1)^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

(5) بين أن: $f(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{1}{2\alpha}$ ، ثم تحقق أن: $2,5 < f(\alpha) < 2,7$ ، ثم استنتج حصراً لـ $f(-\alpha)$

(6) أرسم (Δ) و (C_f)

(7) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-x)e^{x^2} - m = 0$

بالتوفيق