

التمرين الأول: (05 نقط)

ليكن كثير الحدود $P(x)$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $P(x) = 2x^3 - 11x^2 - x + 30$.

(1) احسب $P(2)$ ، ثم حل المعادلة: $P(x) = 0$.

(2) استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلات والمترجمات التالية:

$$(أ) \quad 2e^{3x} - 11e^{2x} - e^x + 30 = 0$$

$$(ب) \quad -2 \left(\ln \left(\frac{1}{x-1} \right) \right)^3 - 11 \left(\ln(x-1) \right)^2 + \ln \left(\frac{1}{x-1} \right) + 30 = 0$$

$$(ج) \quad \ln(2x+3) + \ln(x-2) \leq \ln \left(\frac{30-x}{x-5} \right)$$

التمرين الثاني: (04 نقط)

نعتبر المعادلة التفاضلية: $(E) \quad y' = y(1-y) \dots$ من أجل $y \neq 0$ نضع: $z = \frac{1}{y}$

(1) تحقق أنه من أجل $y \neq 0$: y حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كان: $z' = -z + 1$.

(2) حل المعادلة التفاضلية: $z' = -z + 1$.

(3) استنتج حلول (E) التي لا تنعدم على $\mathbb{R}$ ثم عني الحل u للمعادلة (E) بحيث المنحنى $(\mathcal{C}_u)$ الممثل للدالة u

يقطع حامل محور الترتيب في النقطة A التي ترتيبها $\frac{1}{2}$.

التمرين الثالث: (11 نقطة)

(I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}} + 1$.

(1) أحسب النهايات عند حدود مجال تعريف الدالة g .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ فإن: $g(x) > 0$.

$$(II) \quad \begin{cases} f(x) = \frac{2x}{1 + e^{\frac{1}{x}}} ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases} \quad \text{لتكن الدالة العددية } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ:}$$

$(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، بحيث

$$\|\vec{i}\| = 4 \text{ cm}$$

(1) أدرس استمرارية الدالة f عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$.

(2) أ) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً.

ب) أكتب معادلتين المماسين (T_1) و (T_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$.

$$(3) \quad (أ) \quad \text{أثبت أنه من أجل كل } x \in \mathbb{R}^* \text{ فإن: } f'(x) = \frac{2g(x)}{\left(1 + e^{\frac{1}{x}}\right)^2}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$.

(4) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(5) بين أن $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = -\frac{1}{2}$ (ضع $t = \frac{1}{x}$)، ثم استنتج وجود مستقيم مقارب مائل (Δ) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

(6) أرسم (Δ) ، (T_1) ، (T_2) والمنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

(7) (Δ_m) مستقيم معادلته $y = mx - \frac{1}{2}$ (m وسيط حقيقي)

أ) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن (Δ_m) يشمل نقطة ثابتة.

ب) ناقش بياناً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = mx - \frac{1}{2}$.

بالتوفيق