

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = e^x + x + 1$$

- 1 [3 ن] ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها
- 2 [1 ن] بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1.3; -1.2[$
- 3 [1 ن] استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = (x + 2)(1 - e^{-x})$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1 [2 ن] احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

2

أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = g(x)e^{-x}$$

ب/ استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

- 3 [1 ن] عيّن دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left(\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

4

أ/ علما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-xe^{-x}) = 0$ ، بين أن (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ب/ ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

5

أ/ أثبت أنه يوجد مماس (T) وحيد لـ (C_f) يوازي (Δ) ب/ تحقق أن معادلة المماس (T) هي: $y_{(T)} = x + 2 - e$

6

أ/ جد نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.ب/ مثل بيانيا كل من (Δ) ، (T) و (C_f) ، خذ $f(\alpha) \approx -1.87$

7 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد حلول المعادلة:

$$\frac{m - 2}{x + 2} = -e^{-x} \quad [1.5 ن]$$

آباؤنا قديما قالوا:

لي عينوا في الغزال... ي بكرلوا

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{1}{e^{-x}} + 1 + x \right) e^{-x} \\
 &= (e^x + 1 + x) e^{-x} \\
 &= \boxed{g(x) e^{-x}}
 \end{aligned}$$

ب/ استنتاج اتجاه تغيرات الدالة f :

$$e^{-x} > 0 \text{ لدينا}$$

ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

③ تعيين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left(\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right)$:

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} \left(\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right) = f'(\alpha)$$

$$\begin{aligned}
 &= g(\alpha) e^{-\alpha} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

- التفسير الهندسي:

المنحنى (C_f) يقبل مماس أفقي عند النقطة ذات الفاصلة α

معادلته:

$$y = f(\alpha)$$

④

أ/ تبين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$

مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$:

لدينا:

$$\begin{aligned}
 &\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 2)] \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [(x + 2)(1 - e^{-x}) - (x + 2)] \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [(x + 2)(1 - e^{-x} - 1)] \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [-e^{-x}(x + 2)] \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\underbrace{-xe^{-x}}_0 - 2e^{-x} \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

إذن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب مائل لـ

(C_f) بجوار $+\infty$

ب/ دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) :

(I)

① دراسة تغيرات الدالة g ، وتشكيل جدول تغيراتها:

- النهايات:

$$\begin{aligned}
 \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) &= +\infty \quad (0.5) \\
 \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) &= -\infty \quad (0.5)
 \end{aligned}$$

- دراسة $g'(x)$: $f'(x) = e^x + 1 > 0$

لدينا: $f'(x) > 0$

إذن الدالة g متزايدة تماماً على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

② تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α :

• لدينا الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $]-1.2; -1.3[$

• ولدينا: $g(-1.2) \times g(-1.3) < 0$

لأن $g(-1.2) = 0.1$ و $g(-1.3) \approx -0.03$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$

تقبل حل وحيداً α في المجال $]-1.3; -1.2[$

③ استنتاج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

(II)

① حساب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\underbrace{(x + 2)}_{-\infty} \underbrace{(1 - e^{-x})}_{-\infty} \right] = +\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\underbrace{(x + 2)}_{+\infty} \underbrace{(1 - e^{-x})}_1 \right] = +\infty$$

②

أ/ تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) =$

$$g(x) e^{-x}$$

لدينا الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= 1 - e^{-x} - (-e^{-x})(x + 2) \\
 &= 1 - e^{-x} + xe^{-x} + 2e^{-x} \\
 &= 1 + e^{-x} + xe^{-x}
 \end{aligned}$$

لدينا:

$$f(x) - y_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow -e^{-x}(x+2) = 0$$

لدينا: $e^{-x} \neq 0$ ومنه:

$$\Rightarrow -(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -2}$$

ومنه:

الوضعية:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x) - y_{(\Delta)}$	$+$	0	$-$

- الوضعية:

• (C_f) فوق (Δ) لما $x \in]-\infty; -2[$ (0.5)

• (C_f) يقطع (Δ) لما $x = -2$

• (C_f) تحت (Δ) لما $x \in]-2; +\infty[$

5

أ/ اثبات أنه يوجد مماس (T) وحيد لـ (C_f) يوازي (Δ) :

يوجد مماس وحيد يوازي (Δ) معناه يوجد عدد حقيقي وحيد a

$$f'(a) = 1$$

لدينا:

$$f'(a) = 1 \Rightarrow e^{-a}(e^a + a + 1) = 1$$

$$\Rightarrow e^a + a + 1 = e^a$$

$$\Rightarrow a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{a = -1}$$

ب/ التحقق أن معادلة المماس (T) هي:

$$y_{(T)} = x + 2 - e$$

لدينا:

$$y_{(T)} = f'(-1)(x - (-1)) + f(-1)$$

$$= 1(x + 1) + (1)(1 - e)$$

$$= x + 1 + 1 - e$$

$$= \boxed{x + 2 - e}$$

6

أ/ إيجاد نقط تقاطع (C_f) مع محوري الاحداثيات:

- مع حامل محور الفواصل:

$$f(x) = 0 \Rightarrow (x+2)(1 - e^{-x}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ \text{أو} \\ 1 - e^{-x} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ \text{أو} \\ e^{-x} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ \text{أو} \\ x = 0 \end{cases}$$

إذن:

$$(C_f) \cap (xx') = \{-2; 0\}$$

- مع حامل محور الترتيب:

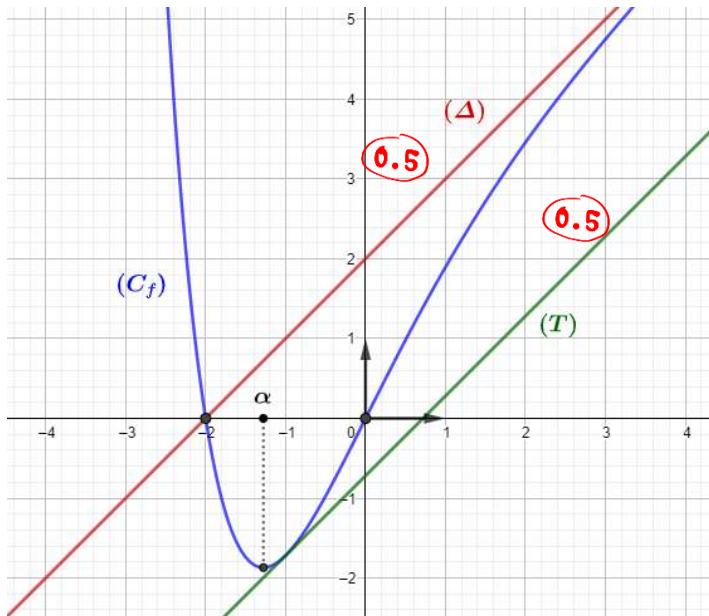
$$f(0) = 0$$

(0.5)

إذن:

$$(C_f) \cap (yy') = \{0\}$$

ب/ التمثيل البياني:



7 المناقشة البيانية:

لدينا:

$$\frac{m-2}{x+2} = -e^{-x} \Rightarrow m-2 = -e^{-x}(x+2)$$

$$\Rightarrow m = -e^{-x}(x+2) + 2$$

$$\Rightarrow m+x = -e^{-x}(x+2) + 2 + x$$

$$\Rightarrow m+x = (x+2)(1 - e^{-x})$$

$$\Rightarrow m+x = f(x) \quad (0.5)$$

ومنه حلول المعادلة هي فواصل تقاطع (C_f) مع المستقيمات

ذات المعادلة $y_m = x + m$ وهي:

$$\begin{array}{lll} \text{لما} & x < 2 - e & \text{المعادلة لا تقبل حلول} \quad (0.25) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{لما} & x = 2 - e & \text{المعادلة تقبل حل وحيد} \quad (0.25) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{لما} & 2 - e < m < 2 & \text{المعادلة تقبل حلين متميزين} \quad (0.25) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{لما} & m \geq 2 & \text{المعادلة تقبل حل وحيد} \quad (0.25) \end{array}$$

♥ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ♥

(I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ

$$f(x) = x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

1

أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ ، وفسّر النتائج هندسياً [1.5 ن]ب/ بيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ [0.5 ن]ج/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم استنتج أن المستقيم (Δ_1) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$ [1 ن]

2

أ/ بيّن أنه من أجل كل $x \neq 0$ لدينا: [1 ن]

$$f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$$

ب/ استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ_2) بجوار $+\infty$ ، محدداً معادلته. [1 ن]ج/ ادرس الوضع النسبي بين (C_f) وكل من المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) [2 ن]

3

أ/ بيّن أن الدالة f متزايدة تماماً على $\mathbb{R}^*$ ، ثم شكل جدول تغيراتها [2.5 ن]ب/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $0.8 < \alpha < 0.9$ و $-1.3 < \beta < -1.4$ [2 ن]4 من أجل كل $(-x) \in D_f$ ، بيّن أن: [2 ن]

$$f(-x) = 1 - f(x)$$

ثم فسر النتيجة هندسياً.

5 مثل بيانيا كل من (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_f) [2 ن]6 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة [1.5 ن]

$$(m - 1)(e^x - 1)e^{-x} + 1 = 0$$

(II) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ:

$$h(x) = f(|x|)$$

1 بيّن أن الدالة h زوجية [1 ن]2 اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) منحنى الدالة h انطلاقاً من (C_f) ، ثم أنشئ (C_h) [2 ن]

آباؤنا قديماً قالوا:

لي عينوا في الغزال... يبكروا

عينك تنجح في الباك... أبداً ضرك

(II)

1

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{e^x - 1} \right) = 0 \quad (0.5)$$

إذن: المستقيم (Δ_2) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ (0.5)

ج/ دراسة الوضع النسبي بين (C_f) وكل من المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) :

- الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ_1) :

$$f(x) - y_{(\Delta_1)} = \frac{-e^x}{e^x - 1} = \frac{e^x}{1 - e^x}$$

لدينا: $e^x > 0$

إذن إشارة الفرق من إشارة المقام

لدينا $1 - e^x \neq 0$

معناه: $e^x \neq 1$

إذن $x \neq 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$1 - e^x$	+	0	-
الوضعية	(C_f) فوق (Δ_1)	(C_f) تحت (Δ_1)	

- الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ_2) :

$$f(x) - y_{(\Delta_2)} = -\frac{1}{e^x - 1} = \frac{1}{1 - e^x}$$

لدينا

$1 - e^x \neq 0$

معناه: $e^x \neq 1$

إذن $x \neq 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$1 - e^x$	+	0	-
الوضعية	(C_f) فوق (Δ_2)	(C_f) تحت (Δ_2)	

3

أ/ تبين أن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}^*$:

لدينا:

$$f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$$

ومنه:

$$f'(x) = 1 - \frac{-e^x}{(e^x - 1)^2} = 1 + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$$

أ/ حساب $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، وتفسير النتائج هندسياً:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1 - \frac{1}{0^+} = -\infty \quad (0.5)$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1 - \frac{1}{0^-} = +\infty \quad (0.5)$$

إذن (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي بجوار $\pm\infty$ معادلته:

$$x = 0 \quad (0.5)$$

أ/ تبين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 1 - \frac{e^x}{e^x(1 - e^{-x})} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 1 - \frac{1}{1 - e^{-x}} \right) \\ &= +\infty \quad (0.5) \end{aligned}$$

ب/ حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad (0.5)$$

لأن $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$

- استنتاج أن المستقيم (Δ_1) ذو المعادلة $y = x + 1$

مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$:

لدينا:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 1)] &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1} - x - 1 \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-\frac{e^x}{e^x - 1} \right] = 0 \quad (0.5) \end{aligned}$$

إذن: المستقيم (Δ_1) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

2

أ/ تبين أنه من أجل كل $x \neq 0$ لدينا: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1} \\ &= x + \frac{e^x - 1 - e^x}{e^x - 1} \\ &= x - \frac{1}{e^x - 1} \end{aligned}$$

ب/ استنتاج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ_2)

بجوار $+\infty$:

لدينا:

لدينا $f'(x) > 0$ (0.5)

إذن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}^*$

- جدول التغيرات:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

ب/ تبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث:

$$0.8 < \alpha < 0.9 \text{ و } -1.4 < \beta < -1.3$$

• لدينا الدالة f مستمرة ورتيبة على المجال $[0.8; 0.9]$

$$\text{ولدينا } 0 < f(0.8) \times f(0.9)$$

$$\text{لأن: } f(0.8) \approx -0.01 \text{ و } f(0.9) \approx 0.21$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل

حلا وحيدا α في المجال $[0.8; 0.9]$

• لدينا الدالة f مستمرة ورتيبة على المجال $]-1.4; -1.3[$

$$\text{ولدينا } 0 < f(-1.4) \times f(-1.3)$$

$$\text{لأن: } f(-1.4) \approx -0.07 \text{ و } f(-1.3) \approx 0.07$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل

حلا وحيدا β في المجال $]-1.4; -1.3[$

4 تبين أن $f(-x) = 1 - f(x)$:

$$\begin{aligned} 1 - f(x) &= 1 - x + \frac{1}{e^x - 1} \\ &= -x + \frac{e^x - 1 + 1}{e^x - 1} \\ &= -x + \frac{e^x}{e^x - 1} \\ &= -x + \frac{e^{-x} e^x}{e^{-x}(e^x - 1)} \\ &= -x + \frac{1}{1 - e^{-x}} \\ &= -x - \frac{1}{e^{-x} - 1} \\ &= f(-x) \end{aligned}$$

- التفسير الهندسي:

$$\text{لدينا: } f(-x) = 1 - f(x)$$

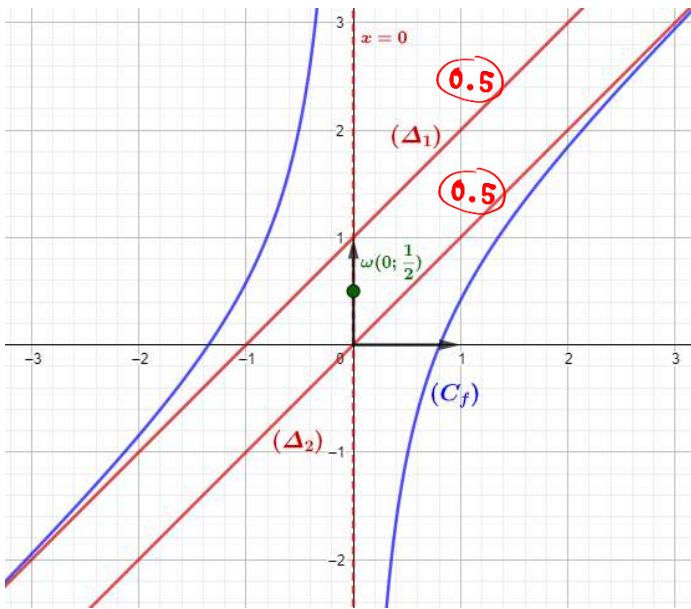
$$\text{ومنه: } f(x) + f(x) = 1$$

$$\text{ومنه: } f(2(0) - x) + f(x) = 2\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{ولدينا سابقا: } (-x) \in D_f$$

ومنه (C_f) يقبل النقطة ذات الاحداثيات $\omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$ كمركز تناظر له.

5 التمثيل البياني لكل من (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_f)



6 المناقشة البيانية:

$$(m-1)(e^x - 1)e^{-x} + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (m-1)(e^x - 1)e^{-x} = -1$$

$$\Rightarrow (m-1)(e^x - 1) = -e^x$$

$$\Rightarrow m-1 = -\frac{e^x}{e^x - 1}$$

$$\Rightarrow m = -\frac{e^x}{e^x - 1} + 1$$

$$\Rightarrow m + x = -\frac{e^x}{e^x - 1} + 1 + x$$

$$\Rightarrow f(x) = x + m \quad (0.75)$$

ومنه حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل

المستقيمات ذات المعادلة $y_m = x + m$ ، وهي:

$$(0.25) \quad \text{لما } m < 0 \quad \text{المعادلة تقبل حل موجب}$$

$$(0.25) \quad \text{لما } 0 \leq m \leq 1 \quad \text{المعادلة لا تقبل حلول}$$

$$(0.25) \quad \text{لما } m > 1 \quad \text{المعادلة تقبل حل سالب}$$

(III)

1 تبين أن الدالة h زوجية:

$$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$$

إذن الدالة h زوجية

2 شرح كيف يمكن إنشاء (C_h) :

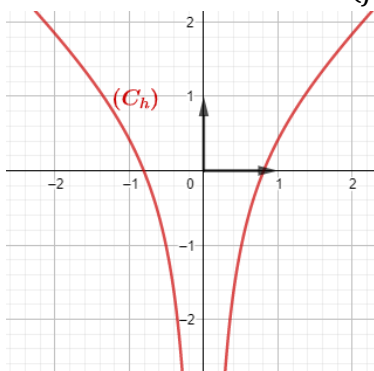
$$h(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & ; x > 0 \\ f(-x) & ; x < 0 \end{cases}$$

لما $x > 0$ ينطبق (C_h) على (C_f) ،

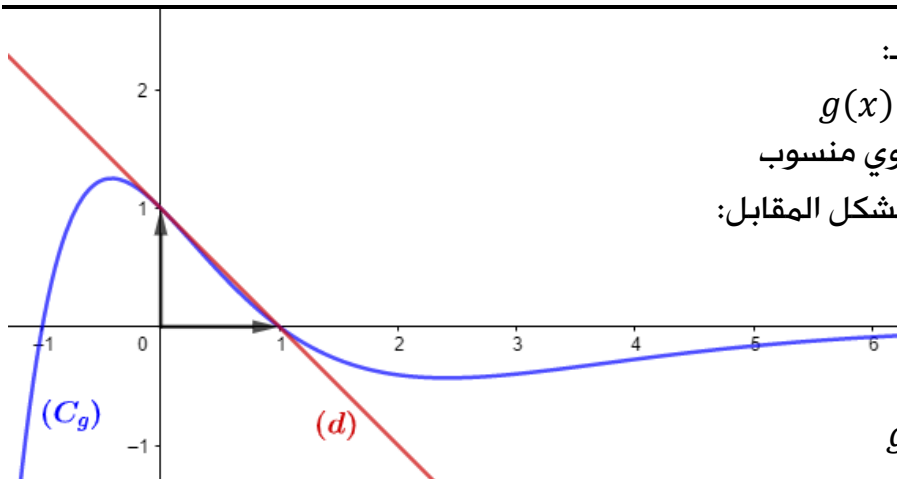
وبما أن الدالة h زوجية،

فهي متناظرة بالنسبة

لمحور الترتيب.



♥ بالتوفيق في شهادة البكالوريا



(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = (a - bx^2)e^{-x}$$

و (C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب

إلى معلم متعامد متجانس في الشكل المقابل:

1 بقراءة بيانية:

أ/ اكتب معادلة للمستقيم (d) [0.5 ن]

ب/ عيّن $g(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$ [1.5 ن]

2 باستعمال ما سبق، بيّن أنّ [1 ن]

$$g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$$

3 عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x [1 ن]

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = (1 + x)^2 e^{-x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي السابق.

1

أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ [1 ن]

ب/ علما أنّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x} = 0$ ، بيّن أنّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا [2 ن]

2

أ/ بيّن أنّه من أجل كل x حقيقي: $f'(x) = g(x)$ [2 ن]

ب/ استنتج تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها [2 ن]

ج/ استنتج أنّ الدالة f موجبة على $\mathbb{R}$ [0.5 ن]

3

أ/ عيّن دون حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x) - 1}{x} \right)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا. [1 ن]

ب/ اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0 [1 ن]

4 مثل بيانيا كل من (T) و (C_f) [2 ن]

5 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(1 + x)^2 = m e^x$ [2 ن]

(III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(|x|)$

1 بيّن أنّ الدالة h زوجية [1 ن]

2 إشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f) ، ثم أنشئه [1.5 ن]

آباؤنا قديما قالوا:

لي عينوا في الغزال... يبكروا

عينك تنجح في الباك... أبدا ضرك

(I)

1

أ/ كتابة معادلة للمستقيم (d):

المستقيم (d) مستقيم تألفي ميله (-1) لأنه موازي للمنصف

الثاني، ويمر من الترتيبة 1

إذن:

$$y(d) = -x + 1$$

ب/ تعيين $g(0)$ ، $g(-1)$ و $g'(0)$

$$g(-1) = 0$$

$$g(0) = 1$$

$$g'(0) = -1$$

ج/ تبين أن $g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$ لدينا: $g(0) = 1$ ومنه: $(a + b(0)^2)e^{-0} = 1$

إذن:

$$a = 1$$

ولدينا: $g(-1) = 0$ ومنه: $(1 + b(-1)^2)e^{-(1)} = 0$ ومنه: $1 + b = 0$

إذن:

$$b = -1$$

2 تعيين إشارة $g(x)$ حسب قيم x :منحنى الدالة g يقطع حامل محور الفواصل في فاصلتين: $x = -1$ و $x = 1$

ومنه:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$g(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

(II)

1

أ/ حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\underbrace{(1+x)^2}_{+\infty} \underbrace{e^{-x}}_{+\infty} \right]$$

$$= +\infty$$

ب/ علما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-x} = 0$ ، تبين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(1+x+x^2)e^{-x}]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\underbrace{e^{-x}}_0 + \underbrace{xe^{-x}}_0 + \underbrace{x^2 e^{-x}}_0 \right]$$

$$= 0$$

• التفسير:

 (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي بجوار $+\infty$ معادلته $y = 0$

2

أ/ تبين أنه من أجل كل x حقيقي: $f'(x) = g(x)$

$$f'(x) = 2(1+x)e^{-x} - (1+x)^2 e^{-x}$$

$$= e^{-x}(1+x)(2-1-x)$$

$$= e^{-x}(1+x)(1-x)$$

$$= e^{-x}(1-x^2)$$

$$= g(x)$$

ب/ استنتاج تغيرات الدالة f :لدينا: $f'(x) = g(x)$ ومنه إشارة المشتقة من إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$4e^{-1}$	$\searrow$	0

ج/ استنتاج أن الدالة f موجبة على $\mathbb{R}$:

من جدول التغيرات:

أقصى قيمة حدية صغرى تبلغها الدالة f هي 0، ومنه فالدالة f موجبة على $\mathbb{R}$

3

أ/ تعيين دون حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x)-1}{x} \right)$:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x)-1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x)-f(0)}{x-0} \right)$$

$$= f'(0)$$

$$= g(0)$$

$$= 1$$

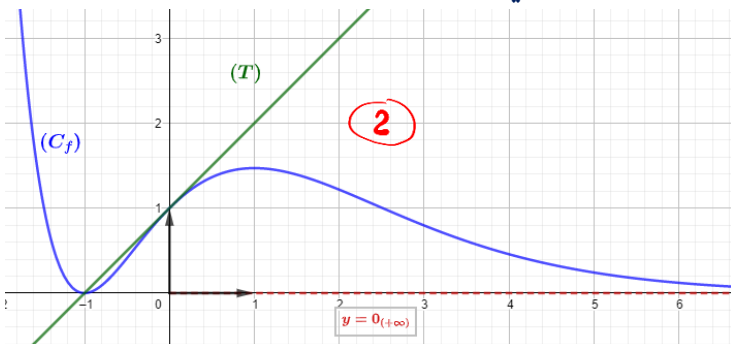
• التفسير الهندسي:

 (C_f) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة 0 معامل توجيهه 1ب/ كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0:

$$y(T) = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$= x + 1$$

4 التمثيل البياني:



5 المناقشة البيانية:

$$\begin{aligned}(1+x)^2 &= me^x \\ \Rightarrow (1+x)^2 e^{-x} &= m \quad (0.25) \\ \Rightarrow f(x) &= m\end{aligned}$$

ومنه حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيمات

$$y_m = m \text{ ذات المعادلة}$$

وهي:

لما $m < 0$ المعادلة لا تقبل حلول (0.25)

لما $m = 0$ المعادلة تقبل حل مضاعف سالب (0.25)

لما $0 < m < 1$ المعادلة تقبل حل موجب وحلين سالبين (0.25)

لما $m = 1$ المعادلة تقبل حل موجب وحل معدوم وحل سالب (0.25)

لما $1 < m < 4e^{-1}$ المعادلة تقبل حلين موجبين وحل سالب (0.25)

لما $m = 4e^{-1}$ المعادلة تقبل حل سالب وحل مضاعف موجب (0.25)

لما $m > 4e^{-1}$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب (0.25)

(III)

1 تبين أن الدالة h زوجية

$$\begin{aligned}h(-x) &= f(|-x|) \\ &= f(|x|) \\ &= h(x)\end{aligned}$$

إذن الدالة h زوجية

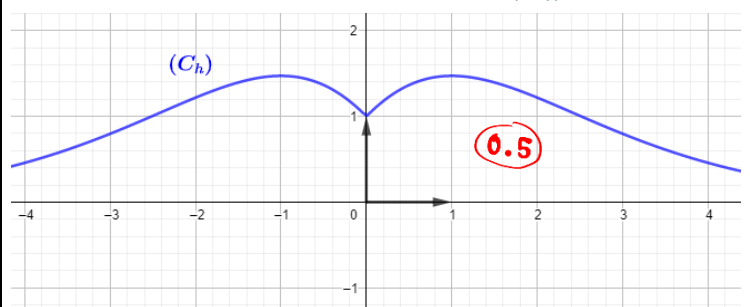
2 شرح كيف يمكن إنشاء (C_h) :

$$\begin{aligned}h(x) &= f(|x|) \\ &= \begin{cases} f(x) & ; x > 0 \\ f(-x) & ; x < 0 \end{cases} \quad (0.5)\end{aligned}$$

لما $x > 0$: (C_h) ينطبق على (C_f) (0.5)

وبما أن الدالة h زوجية، فهي متناظرة بالنسبة لمحور الترتيب.

- إنشاء (C_h)



♥ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ♥