



الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

يفتح رابط التصحيح أعلاه في المساء

التمرين الأول :

لتكن f الدالة المعرفة على $D =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ جزء من $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{-x+3}{-x+1}$

(1) تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x من D لدينا : $f(x) = 1 + \frac{2}{-x+1}$

(2) أ) فكك الدالة إلى مركب دالتين مرجعتين يطلب تعيينهما

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]1; +\infty[$ و $]-\infty; 1[$

(3) بين أن النقطة $\Omega(1;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f في معلم $(O, \vec{i}; \vec{j})$.

(4) حدد طريقة لرسم (C_f) ، ثم مثل (C_f) في معلم $(O, \vec{i}; \vec{j})$.

(5) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $g(x) = \frac{-x+3}{-x+1}$

✓ أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

✓ اشرح كيف يمكن تمثيل منحنى الدالة g ثم مثله.

التمرين الثاني :

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ و $g(x) = f(x+2)$ و (C_g) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ) احسب $f(1)$ ، ماذا تستنتج ؟

ب) بين أن $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$ حيث a, b, c أعداد حقيقية يطلب تعيينها

ج) استنتج أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقط يطلب تعيين إحداثياتها.

(2) استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة $g(x) = 0$

(3) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = g(|x|)$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المستوي السابق.

أ) بين أن h دالة زوجية.

ب) بين أنه من أجل كل $x \in [0; +\infty[$ ، $h(x) = f(x+2)$

ت) اشرح كيف يمكن تمثيل (C_h) انطلاقاً من (C_f) (لا يطلب تمثيل (C_h))

.....انتهى

تصحيح الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

حل التمرين الأول :

لتكن f الدالة المعرفة على $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ جزء من $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{-x+3}{-x+1}$

(1) التحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x من D لدينا : $f(x) = 1 + \frac{2}{-x+1}$

$$1 + \frac{2}{-x+1} = \frac{1(-x+1)+2}{-x+1} = \frac{-x+3}{-x+1} = f(x)$$

(2) تفكيك الدالة f إلى مركب دالتين مرجعتين يطلب تعيينهما :

$$f = v \circ u \text{ و } v(x) = 1 + \frac{2}{x} \text{ و } u(x) = -x+1 \text{ و عليه } f : x \xrightarrow{u} -x+1 \xrightarrow{v} 1 + \frac{2}{-x+1}$$

(ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$:

✓ على المجال $]-\infty; 1[$

لدينا الدالة $u : x \rightarrow -x+1$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 1[$

ومن أجل $]-\infty; 1[$ $x \in]-1; +\infty[$ يكافئ $-x \in]-1; +\infty[$ يكافئ $-x+1 \in]0; +\infty[$ وعلى الدالة $v : x \rightarrow 1 + \frac{2}{x}$ متناقصة تماما على

المجال $]0; +\infty[$

ومنه الدالة $f = v \circ u$ متزايدة تماما على المجال $]-\infty; 1[$

✓ على المجال $]1; +\infty[$

لدينا الدالة $u : x \rightarrow -x+1$ متناقصة تماما على المجال $]1; +\infty[$

ومن أجل $]1; +\infty[$ $x \in]-\infty; -1[$ يكافئ $-x \in]-\infty; -1[$ يكافئ $-x+1 \in]-\infty; 0[$ وعلى الدالة $v : x \rightarrow 1 + \frac{2}{x}$ متناقصة تماما على

المجال $]-\infty; 0[$

ومنه الدالة $f = v \circ u$ متزايدة تماما على المجال $]1; +\infty[$

(3) تبين أن النقطة $\Omega(I; 1)$ مركز تناظر للمنحني (C_f) الممثل للدالة f في معلم $(O, \vec{i}; \vec{j})$:

من أجل $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ لدينا $-x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ أي $2-x \in \mathbb{R} - \{1\}$ ومنه $2-x \in D_f$

$$f(2a-x) + f(x) = f(2-x) + f(x) = \left(1 + \frac{2}{-(2-x)+1}\right) + \left(1 + \frac{2}{-x+1}\right) = 2 + \frac{2}{x-1} + \frac{2}{-x+1} = 2 = 2b$$

(4) نحدد طريقة لرسم (C_f) ، ثم مثل (C_f) في معلم $(O, \vec{i}; \vec{j})$.

لدينا $f(x) = 1 + \frac{2}{-x+1} = 1 + \frac{2}{-(x-1)} = 1 + \frac{-2}{x-1}$ و عليه (C_f) صورة منحنى الدالة $x \mapsto \frac{-2}{x}$ بإنسحاب شعاعه $\vec{u}\left(\frac{1}{1}\right)$

تصحيح الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

5) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $g(x) = \frac{-x+3}{-x+1}$

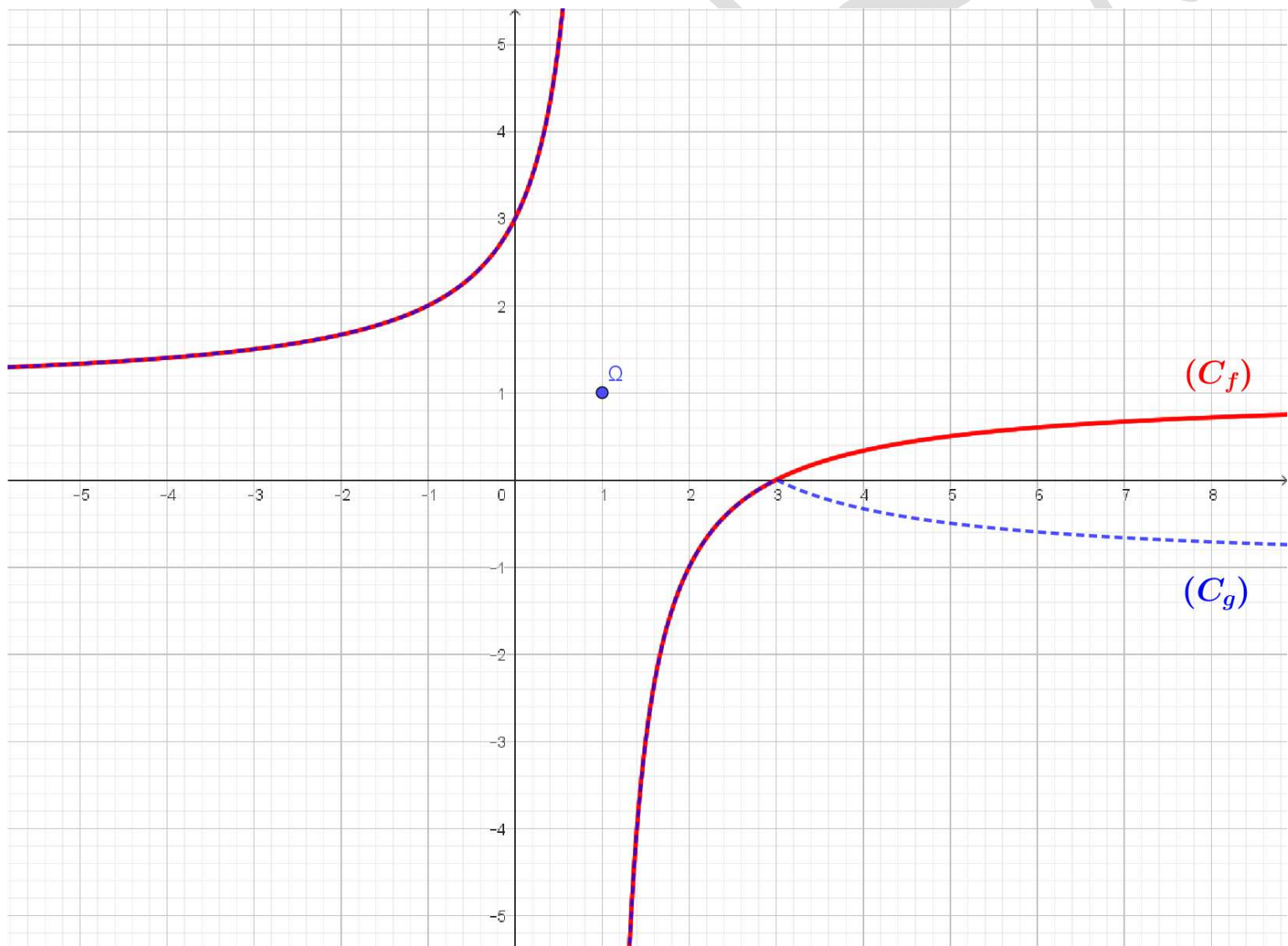
✓ كتابة $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة:

$$g(x) = \frac{-x+3}{-x+1} = \begin{cases} \frac{-x+3}{-x+1} = f(x) & ; -x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3 \wedge x \neq 1 \\ \frac{-(-x+3)}{-x+1} = -f(x) & ; -x+3 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 3 \end{cases}$$

✓ شرح كيف يمكن تمثيل منحنى الدالة g ثم مثله :

من أجل $x \leq 3$ و $x \neq 1$ لدينا (C_g) ينطبق على (C_f)

من أجل $x \geq 3$: (C_g) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل



تصحيح الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

حل التمرين الثاني :

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ و $g(x) = f(x+2)$ و (C_f) و (C_g) تمثيلهما البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ) حساب $f(1) = 0$: $f(1) = 0$.

ب) تبين أن $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$ حيث a, b, c أعداد حقيقية يطلب تعيينها :

باستعمال المطابقة أو القسمة الإقليدية أو خوارزمية هورنر نجد $f(x) = (x-1)(x^2 - 3x + 2)$

ج) استنتج أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقط يطلب تعيين إحداثياتها، أي استنتج أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلول في $\mathbb{R}$:

$$f(x) = 0 \text{ يكافئ } (x-1)(x^2 - 3x + 2) = 0 \text{ يكافئ } x-1=0 \text{ أو } x^2 - 3x + 2 = 0 \text{ أي } x_1 = 1 \text{ أو } x_2 = x_3 = 2$$

وعليه (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين إحداثياتهما $(1;0)$ ، $(2;0)$.

(2) استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة $g(x) = 0$

$$g(x) = 0 \text{ يكافئ } f(x+2) = 0 \text{ ومنه } x+2 = 1 \text{ أو } x+2 = 2 \text{ يكافئ } x = -1 \text{ أو } x = 0$$

(3) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $h(x) = g(|x|)$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المستوى السابق.

أ. بين أن h دالة زوجية .

$$\text{من أجل كل } x \in \mathbb{R} : -x \in \mathbb{R} \text{ و } h(-x) = g(|-x|) = g(|x|) = h(x) \text{ و...و...و.هـ.م.}$$

ب. تبين أنه من أجل كل $x \in [0; +\infty[$ ، $h(x) = f(x+2)$:

$$\text{بما أن } x \in [0; +\infty[\text{ فإن } |x| = x \text{ ومنه } h(x) = g(|x|) = g(x) = f(x+2)$$

ت. شرح كيف يمكن تمثيل (C_h) انطلاقاً من (C_f) (لا يطلب تمثيل (C_h))

من أجل $x \in [0; +\infty[$: $h(x) = f(x+2)$ و عليه على المجال $[0; +\infty[$ ، (C_h) صورة (C_f) بإنسحاب شعاعه

ونكمل التمثيل على المجال $]-\infty; 0]$ بالتناظر بالنسبة إلى حامل محور الترتيب لأن h دالة زوجية .

.....انتهى