

الموسم الدراسي: 1442-41 هـ / 20-2021 م



إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

للسنة الثانية ثانوي شعبة رياضيات

التاريخ: 2021/02/24

المدة: 02 ساعة

أستاذ المادة: مزروح يوسف

التمرين الأول: 06 نقاط

يحتوي كيبس على n كرة منها 5 بيضاء والباقي حمراء ($n > 5$)
نسحب عشوائيا كرتين على التوالي بدون إرجاع الكرة المسحوبة.
نعتبر الحوادث التالية:

A : سحب كرة بيضاء ثم كرة حمراء

B : سحب كرتين مختلفتين في اللون

C : سحب كرتين حمراوان

$$1- \text{ بين أن: } P(A) = \frac{5(n-5)}{n^2 - n}$$

$$2- \text{ أحسب } P(B) \text{ ثم } P(C)$$

3- أوجد قيمة العدد الطبيعي n الذي من أجله يكون ل $P(A)$ قيمة حدية عظمى

التمرين الثاني: 04 نقاط

لتكن النقط $A(1,2)$, $B(3,-4)$ و $C(m,1)$ حيث $m \in \mathbb{R}$

1- أوجد قيم m التي من أجلها تشكل النقط A, B, C مثلثا

2- في هذا الجزء نفرض $m = 2$

ولتكن النقطة G مرجع الجملة المنقلة: $\{(A,2); (B,1); (C,3)\}$

ولتكن النقطة D مرجع الجملة المنقلة: $\{(A,1); (B,2); (C,3)\}$

أ- أوجد إحداثيات النقط G و D

ب- عين مجموعة النقط M من المستوي والتي تحقق:

$$\| 4\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC} \| = \| 2\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC} \|$$

ت- عين مجموعة النقط M من المستوي والتي تحقق:

$$\| \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} \| \leq \| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \|$$

التمرين الثالث: 10 نقاط

لتكن الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_m(x) = mx^2 - (m+1)x - 3$ حيث $m \in \mathbb{R}$ وليكن (C_m) تمثيلها البياني .

الجزء الأول:

- 1- عين قيم m التي من أجلها يكون :
 - أ- المنحنى (C_m) يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين
 - ب- المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حل وحيد
- 2- برهن ان جميع المنحنيات (C_m) تتقاطع في نقطتين ثابتين يطلب تعيينهما.

الجزء الثاني:

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 5$

- 1- برهن أن: $g'(x) = f_3(x)$
- 2- احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.
- 3- أدرس تغيرات الدالة g ثم أعط جدول تغيراتها.
- 4- (Δ) مستقيم معادلته $y = ax + 2021$ حيث $a \in \mathbb{R}$
 - أ- أوجد قيمة a حتى يقبل المنحنى (C_g) مماسا (T) وحيد موازي ل (Δ)
 - ب- أوجد معادلة المماس (T) .
 - ت- أرسم في معلم متعامد ومتجانس كلا من (C_g) و (T) .

التمرين	التصحيح النموذجي	العلامة	مجزأة															
الأول	1- في الأول نسحب كرية بيضاء احتمالها هو: $\frac{5}{n}$ ثم نسحب كرية حمراء مع العلم ان السحب بدون إرجاع إذن نجد أن: $P(A) = \frac{5}{n} \times \frac{n-5}{n-1} = \frac{5(n-5)}{n^2-n}$ 2- بنفس الطريقة نجد: $P(B) = \frac{5}{n} \times \frac{n-5}{n-1} + \frac{n-5}{n} \times \frac{5}{n-1} = \frac{10(n-5)}{n^2-n}$ $P(C) = \frac{n-5}{n} \times \frac{n-6}{n-1} = \frac{n^2-11n+30}{n^2-n}$ 3- ندرس الدالة المرفقة $f(x) = \frac{5(x-5)}{x^2-x}$ في المجال الموجب فقط نجد أن: $f'(x) = \frac{-5x^2 + 50x - 25}{(x^2-x)^2}$ <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>$5-2\sqrt{5}$</td><td>$5+2\sqrt{5}$</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>f'(x)</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td></tr> <tr> <td>f(x)</td><td></td><td>↘</td><td>↗</td><td>↘</td></tr> </table> جدول التغيرات: بما أن: $n > 5$ إذن من جدول التغيرات نجد أن: $9 < n < 10$ بعد التعويض نجد أن: $p(9) = p(10)$ إذن توجد قيمتان حديتان ل $p(A)$ من أجل $n=10$ و $n=9$	x	0	$5-2\sqrt{5}$	$5+2\sqrt{5}$	$+\infty$	f'(x)	-	0	+	0	f(x)		↘	↗	↘	06	01 01 01 0.5 0.5 01 0.5+0.5
x	0	$5-2\sqrt{5}$	$5+2\sqrt{5}$	$+\infty$														
f'(x)	-	0	+	0														
f(x)		↘	↗	↘														
الثاني	1- لدينا: $\overline{AB}(2, -6)$ و $\overline{AC}(m-1, -1)$ حتى يكون ABC مثلثا يجب ان يكون الشعاعان $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ غير مرتبطين خطيا: أي $-2 \neq -6(m-1)$ نجد $m \neq \frac{4}{3}$ ومنه قيم m هي $m \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{4}{3} \right\}$ 2- أ. $X_G = \frac{2+3+6}{6} = \frac{11}{6}$ و $Y_G = \frac{4-4+3}{6} = \frac{1}{2}$ أي $G\left(\frac{11}{6}, \frac{1}{2}\right)$	04	0.5 0.5 0.5															

		$D\left(\frac{13}{6}, -\frac{1}{2}\right) \text{ أي } Y_D = \frac{2-8+3}{6} = \frac{-1}{2} \text{ و } X_D = \frac{1+6+6}{6} = \frac{13}{6}$ ب- مجموعة النقط: $\ 4\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC}\ = \ 2\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC}\ $ $\ 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\ = \ \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\ $ تكافئ: بإدخال المرجحين G و D نجد: $\ 6\overrightarrow{MG}\ = \ 6\overrightarrow{MD}\ \text{ أي أن: } MG = MD \text{ ومنه مجموعة النقط } M \text{ هي}$ محور القطعة المستقيمة $[GD]$ ت- مجموعة النقط: $\ \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\ \leq \ \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\$ تكافئ: $\ 6\overrightarrow{MD}\ \leq \ \overrightarrow{AB}\$ أي أن: $MD \leq \frac{AB}{6}$ ومنه مجموعة النقط M هي مساحة الدائرة التي مركزها $r = \frac{AB}{6} = \frac{\sqrt{10}}{3} \text{ cm ونصف قطرها } D$												
01														
0.5														
0.5														
0.5														
	10	الحزء الأول: 1- أ- قيم m: المنحنى (C_m) يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين يعني: $f_m(x) = 0 \text{ تقبل حلين مختلفين مختلفين مع } m \neq 0$ بعد حساب المميز نجد: $\Delta = (m+1)^2 + 12m = m^2 + 14m + 1$ جدول إشارة Δ: <table border="1"> <tr> <td>m</td><td>$-\infty$</td><td>$-7-4\sqrt{3}$</td><td>$-7+4\sqrt{3}$</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>Δ</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> </table> من الجدول نجد أنه من أجل يقطع المنحنى (C_m) محور الفواصل في نقطتين مختلفتين يجب أن يكون $\Delta > 0$ أي من أجل $m \in]-\infty, -7-4\sqrt{3}[\cup]-7+4\sqrt{3}, +\infty[$ وبما أن $m \neq 0$ إذن: $m \in]-\infty, -7-4\sqrt{3}[\cup]-7+4\sqrt{3}, 0[\cup]0, +\infty[$ ب- المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حل وحيد تكافئ إما: $m = 0$ أو $\Delta = 0$ مما سبق الحلول هي: $m = \{-7-4\sqrt{3}, -7+4\sqrt{3}, 0\}$ 2- جميع المنحنيات (C_m) تتقاطع في نقطتين ثابتين: بمعنى من أجل كل $(m_1, m_2) \in \mathbb{R}$ بحيث $m_1 \neq m_2$ نجد: $f_{m_1}(x) = f_{m_2}(x)$ إذن: $m_1 x^2 - (m_1 + 1)x - 3 = m_2 x^2 - (m_2 + 1)x - 3$ أي: $x^2(m_1 - m_2) - x(m_1 - m_2) = 0$ نجد: $(m_1 - m_2)x(x-1) = 0$	m	$-\infty$	$-7-4\sqrt{3}$	$-7+4\sqrt{3}$	$+\infty$	Δ	+	0	-	0	+	الثالث
m	$-\infty$	$-7-4\sqrt{3}$	$-7+4\sqrt{3}$	$+\infty$										
Δ	+	0	-	0	+									
0.5														
0.5														
0.25														
0.25														
2*0.25														
0.5														
0.25														
0.25														

2*0.125
2*0.125

بما أن $m_1 \neq m_2$ إذن إما : $x=0$ أو $x=1$

إذن النقطتين هما : $A(0,-3)$ و $B(1,-4)$

الجزء الثاني:

01

1- لدينا :
 $g(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 5$
 $g'(x) = 3x^2 - 4x - 3 = f_3(x)$

0.5

2- حساب النهايات : $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 (1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{5}{x^3}) = -\infty$

0.5

بنفس الطريقة نجد : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 (1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{5}{x^3}) = +\infty$

0.5

3- دراسة تغيرات g : لدينا $g'(x) = 3x^2 - 4x - 3$

جدول التغيرات:

0.5

x	$-\infty$	$\frac{2-\sqrt{13}}{3}$	$\frac{2+\sqrt{13}}{3}$	$+\infty$
$g'(x)$		+	-	+
$g(x)$		$\nearrow g(\frac{2-\sqrt{13}}{3})$	$\searrow g(\frac{2+\sqrt{13}}{3})$	$\nearrow +\infty$

-4

أ- قيمة a حتى يقبل المنحنى (C_g) مماسا (T) وحيد موازي ل (Δ) :

0.5

أي أنه يوجد $x_0 \in D_g$ وحيد ويحقق : $g'(x_0) = a$

0.5

بعد التعويض نجد : $3x_0^2 - 4x_0 - 3 - a = 0$

حتى تقبل حل وحيد يجب ان يكون : $\Delta = 0$

لدينا : $\Delta = 4^2 - 4(3)(-3-a)$

0.5

ومنهم : $16 + 4(3)(3+a) = 0$

بعد الحساب نجد قيمة a : $a = -\frac{13}{3}$

0.5

ب- إيجاد معادلة المماس (T) من أجل $a = -\frac{13}{3}$

0.5

مما سبق $\Delta = 0$ ومنهم : $x_0 = \frac{-b'}{2a'} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

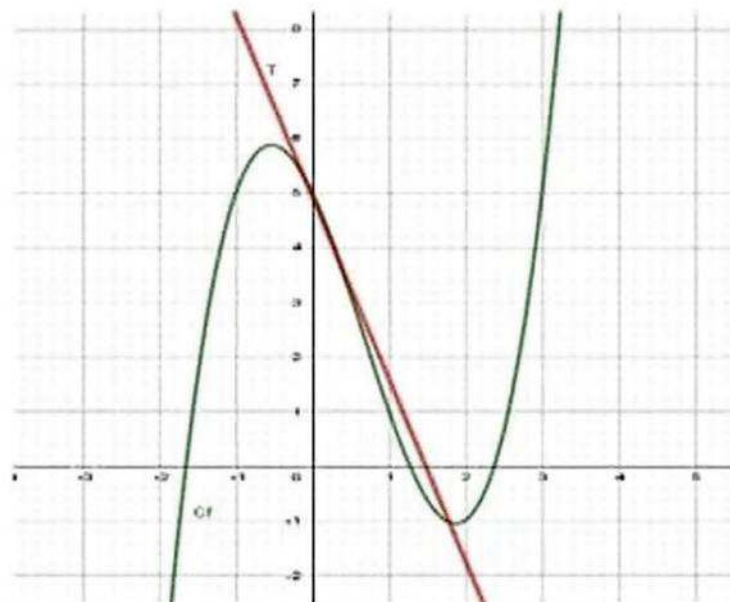
معادلة المماس هي : $y' = g'(\frac{2}{3})(x - \frac{2}{3}) + g(\frac{2}{3})$

0.5

بعد الحساب نجد : $(T) : y' = -\frac{13}{3}x + \frac{143}{27}$

ت- التمثيل البياني:

0.5
0.5



4- معادلة المماس ل (C_f) عند النقطة A ذات الفاصلة $\frac{1}{2}$:

0.5

$$y = f'(\frac{1}{2})(x - \frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2})$$

0.5

$$y = -\frac{11}{2}x + 1$$

الجزء الثالث:

1- كتابة h على الشكل: $h(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ حيث a, b, c أعداد حقيقية

لدينا:

$$h(x) = \frac{2x^2 - 5x + 1}{x-1}$$

0.25

$$h(x) = \frac{(x-1)(2x-3) - 2}{x-1}$$

0.75

$$h(x) = 2x - 3 - \frac{2}{x-1}$$

ومنه: $(a, b, c) = (2, -3, -2)$

2- حساب نهايات الدالة h عند أطراف مجموعة تعريفها وتفسير النتيجة هندسيا

0.25

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 3 - \frac{2}{x-1}) = -\infty$$

0.25

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 3 - \frac{2}{x-1}) = +\infty$$

0.25

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x - 3 - \frac{2}{x-1}) = +\infty$$

0.25

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - 3 - \frac{2}{x-1}) = -\infty$$

0.25

التفسير: وجود مستقيم مقارب ل (C_h) بوازي محور الترتيب معادلته $x = 1$

3- تبين أن (Δ) مستقيم مقارب ل (C_h) بجوار $+\infty$ و $-\infty$

لدينا:

0.25

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [h(x) - y] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-\frac{2}{x-1}) = 0$$

0.25

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [h(x) - y] = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-\frac{2}{x-1}) = 0$$

0.25

ومنه (Δ) مستقيم مقارب ل (C_h) بجوار $+\infty$ و $-\infty$