

فرض الفصل الأول

تمرين 1 (5 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

السؤال	الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة ج)
1 المنحني $(\mathcal{C})$ الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ $f(x) = x + \frac{x+2}{x-2}$ ، يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته:	$y = x - 1$	$y = x$	$y = x + 1$
2 الدالة f معرفة على $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ بـ $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$. من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ ، الدالة f :	متزايدة تماما	متناقصة تماما	غير رتيبة
3 نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - x - 2}{x^2 + 1}$. من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:	$f(x) + f(-x) = -4$	$f(x) + f(-x) = 4$	$f(x) + f(-x) = 0$
4 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{2(x-1)} - \frac{1}{2} \right)$ تساوي:	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
5 المعادلة $x^4 - x^3 + 2x^2 + 1 = 0$	تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{R}$	لا تقبل حلولاً في $\mathbb{R}$	تقبل حلاً واحداً في $\mathbb{R}$

تمرين 2 (5 نقاط)

في الشكل المرفق: التمثيل البياني $(\mathcal{C})$ للدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ (d) المستقيم المقارب المائل لـ $(\mathcal{C})$ في جوار $+\infty$ ، والمستقيم الذي معادلته $y = 0$ مقارب لـ $(\mathcal{C})$ في جوار $-\infty$ ، (Δ) هو المماس لـ $(\mathcal{C})$ عند النقطة $A(1; 4)$.

1 عيّن: $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)}$ ثم $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

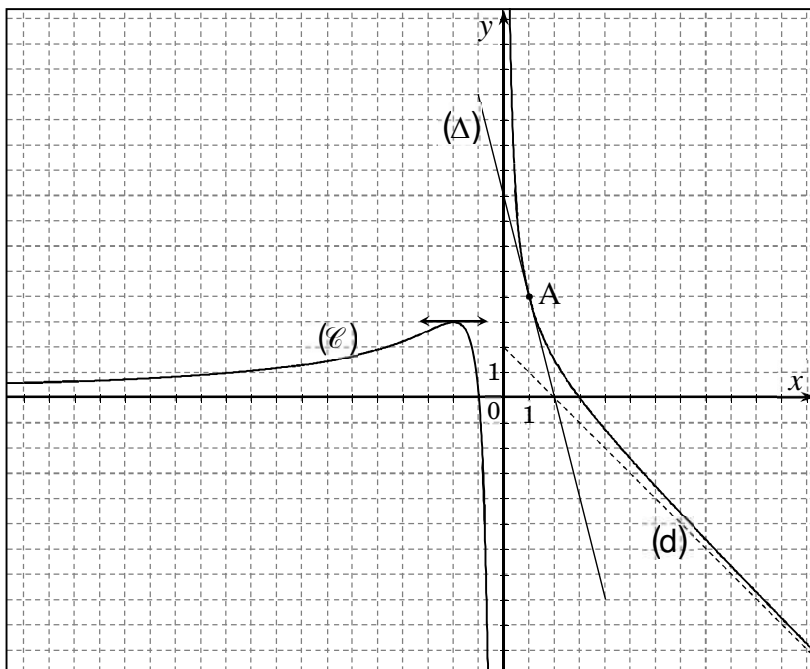
2 عيّن معادلة (d) واحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x)$

3 عيّن $f'(-2)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات f .

4 عيّن $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ واكتب معادلة (Δ) .

5 عيّن بياناً قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x) + m = 0$ حلاً واحداً فقط موجبا.

6 g الدالة المعرفة على $[-1; 0[\cup [3; +\infty[$ بـ $g(x) = \sqrt{-f(x)}$. ادرس اتجاه تغير الدالة g على D_g .



تمرين 3 (10 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $] -\infty ; 1[\cup] 1 ; +\infty [$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x - 1}$.

ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول 1cm)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. احسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.

(2) يبين أنّ المستقيم $(\mathcal{D})$ ذا المعادلة $y = x - 2$ ، مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C})$.

- ادرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمستقيم المقارب المائل $(\mathcal{D})$.

(3) يبين أنّ من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ ، $f'(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{(x - 1)^2}$. استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(4) عيّن نقطتي تقاطع المنحنى $(\mathcal{C})$ مع حامل محور الفواصل.

(5) أثبت أنّ المنحنى $(\mathcal{C})$ يقبل كمرکز تناظر النقطة $A(1; -1)$ حيث $A(1; -1)$.

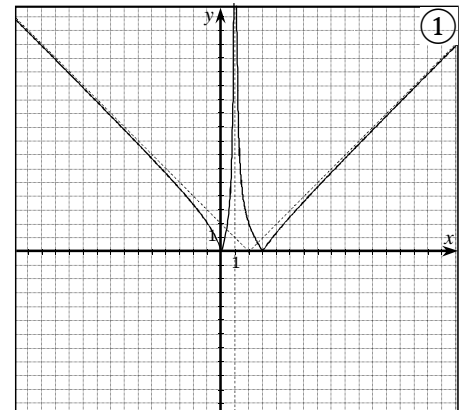
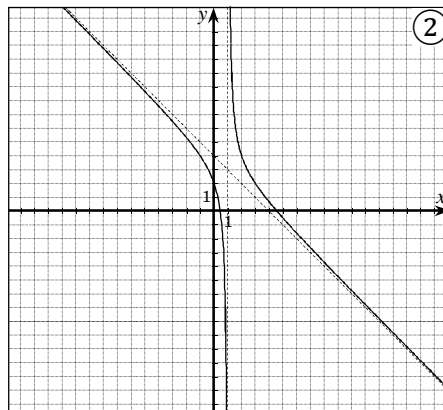
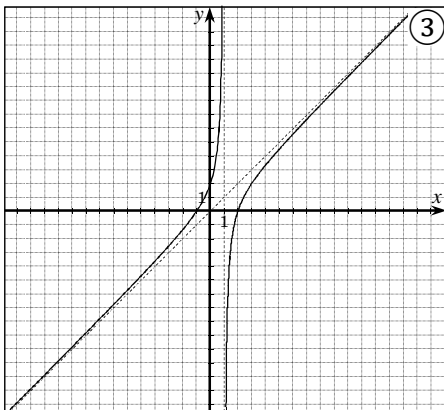
(6) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى $(\mathcal{C})$ عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة.

- اكتب معادلة المماس (Δ') للمنحنى $(\mathcal{C})$ والذي يوازي المماس (Δ) .

(7) احسب $f(-1)$ و $f(2)$ ، ثم ارسم المماسين (Δ) و (Δ') ، المستقيمين المقاربين والمنحنى $(\mathcal{C})$.

(8) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

(9) لتكن المنحنيات ①، ②، و ③ المبينة أسفله، ولتكن الدوال $2 + f$ ، $2 - f$ و $|f|$. عيّن المنحنى المناسب لكل دالة.



تمرين 2:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty ; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty ; \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$$

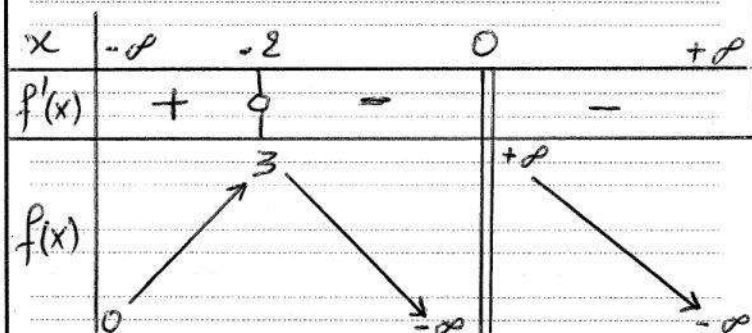
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = 0 ; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = +\infty$$

$$(d): y = -x + 2 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x - 2] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x) = 2 \quad \text{ومن هنا:}$$

$$f'(-2) = 0 \quad (3) \quad (\text{مماس يوازي } Ox)$$



$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) \quad (4)$$

(Δ) يشمل (1; 4) و (2; 0)

$$f'(1) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 0}{1 - 2} = -4$$

$$y = -4(x - 1) + f(1) = -4x + 8$$

$$f(x) = -m \quad \text{تقبل حلا موجبا:} \quad (5)$$

$$-m > 3 \quad \text{ومن هنا: } m < -3$$

$$g'(x) = \frac{-f'(x)}{2\sqrt{-f(x)}} \quad (6)$$

كشارة $g'(x)$ عكس لكشارة $f'(x)$

ومن هنا: بما أن f متناقصة

تساها على $[-1; 0] \cup [3; +\infty[$

فإن g متزايدة تساهها على $[-1; 0] \cup [3; +\infty[$

تصحيح فرض الفصل الأول 2021م

تمرين 1: عبء الطالب

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} (f(x) - y) = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \left[x + \frac{x+2}{x-2} - (x+1) \right] \quad (1)$$

$$= \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{4}{x-2} = 0$$

ومن هنا الإجابة (ج) هي الصحيحة.

$$(2) \text{ من أجل كل } x \in \mathbb{R} - \{-1; 1\}$$

$$f'(x) = \frac{-x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2} < 0$$

ومن هنا الإجابة (ب) هي الصحيحة.

$$f(x) + f(-x) = \quad (3)$$

$$\frac{x^3 - 2x^2 - x - 2}{x^2 + 1} + \frac{-x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 + 1}$$

$$f(x) + f(-x) = \frac{-4x^2 - 4}{x^2 + 1} = -4$$

ومن هنا الإجابة (P) هي الصحيحة.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{2(x-1)} - \frac{1}{2} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{2(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{1}{2} \right) \quad (4)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)}{2(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{1}{2} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{\sqrt{x}-1}{2(\sqrt{x}+1)} - \frac{1}{2} \right] = -\frac{1}{2}$$

ومن هنا الإجابة (P) هي الصحيحة.

يمكن استعمال تعريف العدد المماس أو توصيه للمقامات ثم عبارة المرافق...

$$(5) \text{ نضع } f(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 + 1 \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$f'(x) = x(4x^2 - 3x + 4)$$

$$\Delta = 9 - 64 < 0 \quad \text{لذا } 4x^2 - 3x + 4 > 0 \quad \forall x$$

كشارة $f'(x)$ من كشارة x : $\xrightarrow{-\infty} \xrightarrow{+}$

القيمة العددية الصغرى هي 1 ومن هنا

$f(x) > 0$ الإجابة (ب) هي الصحيحة.

$$(3;0) \text{ و } (0;0) : f(x)=0 \quad (4)$$

(5) من أجل كل $x \neq 1$ لدينا $2-x \neq 1$

$$f(2(1)-x) + f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{-x + 1} + \frac{x^2 - 3x}{x - 1}$$

$$f(2-x) + f(x) = \frac{-2x + 2}{x - 1} = -2 = 2(-1)$$

$$y_1 = f'(0)(x-0) + f(0) = 3x \quad (\Delta) \quad (6)$$

$$f'(x_0) = 3 : (\Delta) \text{ يوازي } (\Delta')$$

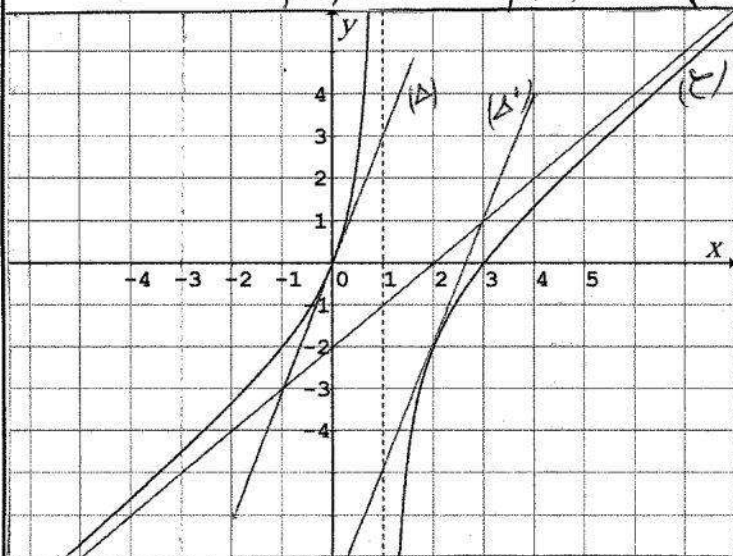
$$\frac{x_0^2 - 2x_0 + 3}{(x_0 - 1)^2} = 3$$

$$x_0^2 - 2x_0 + 3 = 3(x_0 - 1)^2$$

$$\begin{aligned} & \text{نحسب } x_0 = 0 \text{ و } x_0 = 2 \\ & 2x_0^2 - 4x_0 = 0 \end{aligned}$$

$$y_2 = f'(2)(x-2) + f(2) = 3x - 8 \quad (\Delta') \quad (7)$$

$$f(2) = -2 : f(-1) = -2$$



$$(8) \quad m \in]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[: \text{حل واحد موجب}$$

$$m \in]-2; 0[: \text{حل واحد سالب}$$

$$m = -2 : \text{لا يوجد حلول}$$

$$m = 0 : \text{حل واحد معدوم}$$

عبد المطلب

تصحيح الغرض 3 للفصل 1 (2015)

تمرين 1:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty \quad \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x) = -2 \\ \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty \quad \text{---} \frac{1}{0} \text{---} \rightarrow$$

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} (f(x) - y) = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x}{x - 1} - (x - 2) \quad (2)$$

$$= \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{-2}{x - 1} = 0$$

وضعية (ع) بالنسبة لـ (د):

$$f(x) - y = \frac{-2}{x - 1} \quad \text{ندرس إشارة}$$

$$\text{---} \frac{1}{0} \text{---} \rightarrow$$

لما $x < 1$ و $f(x) - y > 0$ و منة (ع) فوق (د)

و لما $x > 1$ و $f(x) - y < 0$ و منة (ع) تحت (د)

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty \quad (\text{مستقيم مقارب } x=1)$$

$$f'(x) = \frac{(2x-3)(x-1) - 1(x^2-3x)}{(x-1)^2} \quad (3)$$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{(x-1)^2}$$

$$(\Delta < 0) \quad x^2 - 2x + 3 = 0 \quad \text{و } f'(x) = 0$$

و منة $f'(x) > 0$ من أجل كل $x \neq 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$